

École Polytechnique
Département des génies civil, géologique et des mines (CGM)

GLQ3401-3651 - GÉOSTATISTIQUE et GÉOLOGIE MINIÈRES
2^e contrôle périodique - Automne 2016

Date : 3 novembre 2016, heure : 13h45 à 16h15

L'examen comprend 7 questions, sur 11 pages, valant 100 points.

Quatre pages d'annexes sont fournies

Les questions valent dans l'ordre : 12, 16, 12, 16, 16, 14, 14.

Bien indiquer les unités dans chaque réponse finale

-
- **Le professeur ne répond à aucune question en cours d'examen.**
 - Vous répondez sur le questionnaire, utilisez le verso au besoin.
 - Les abaques sont fournis aux dernières pages du questionnaire.
 - Deux feuilles recto-verso permises; toute calculatrice permise.
-

Prénom _____ Nom _____ Matricule : _____
(lettres carrées)

Signature : _____

Question 1 (12 points)

Un gisement d'or présente un variogramme constitué de trois composantes (qui s'additionnent) :

1- un effet de pépite $C_0 = 1.5 \text{ ppm}^2$,

2- une composante sphérique isotrope de portée 20 m avec $C_1 = 10 \text{ ppm}^2$

3- une composante exponentielle isotrope avec portée effective de 150 m et $C_2 = 36 \text{ ppm}^2$ (note : la covariance exponentielle est obtenue par la formule $C(h) = C \exp(-3|h|/a)$ où a est la portée effective).

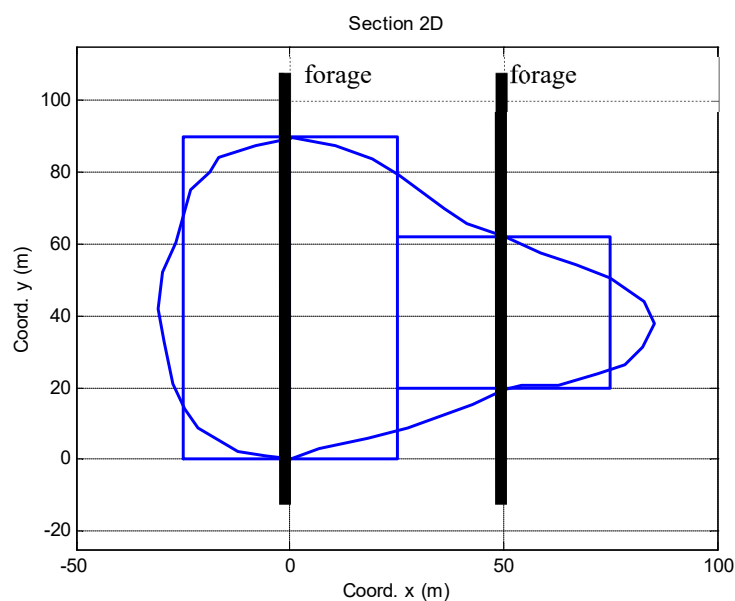
Quelle est la covariance de la teneur en or pour deux points espacés de 10 m suivant la direction (azimut) 142° ?

Question 2 (16 points)

Dans un gisement de zinc, on estime le gisement par la méthode des sections. Les carottes individuelles ayant servies à établir le variogramme font 3 m. Le variogramme des carottes est sphérique avec $C_0 = 3\%$, $C = 20\%$ une portée de 50 m selon x et de 100 m selon y (anisotropie géométrique).

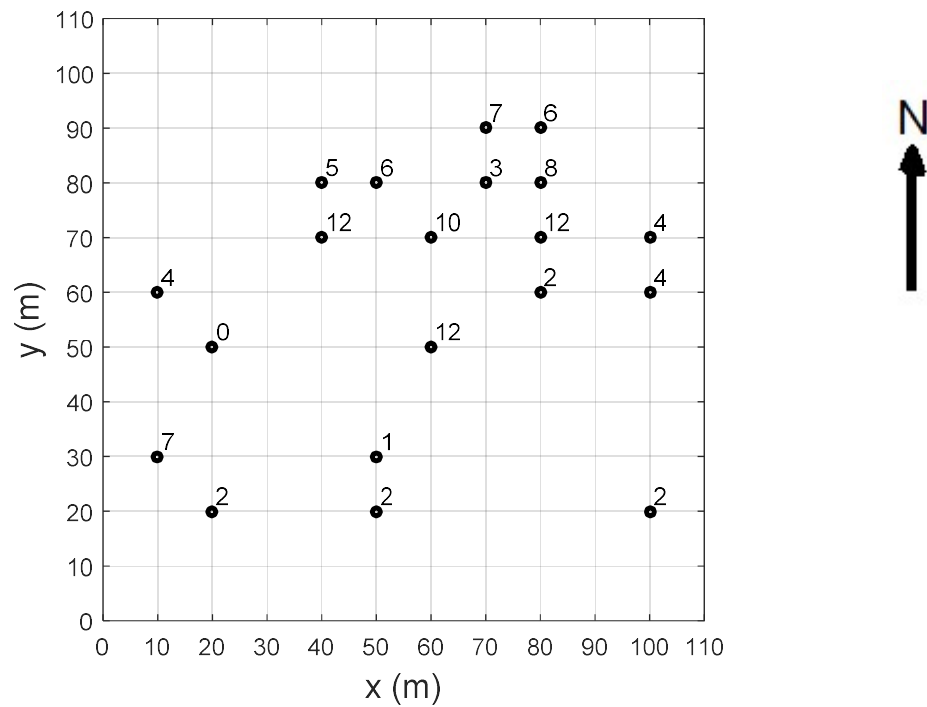
Aide : afin de pouvoir utiliser l'abaque, la surface minéralisée sur la section peut être approchée par deux rectangles tels que dessinés sur la figure.

Quelle est la variance d'estimation pour la teneur moyenne sur cette section ?



Question 3 (12 points)

La figure suivante montre une vue en plan donnant la teneur en or (ppm) en certains points.

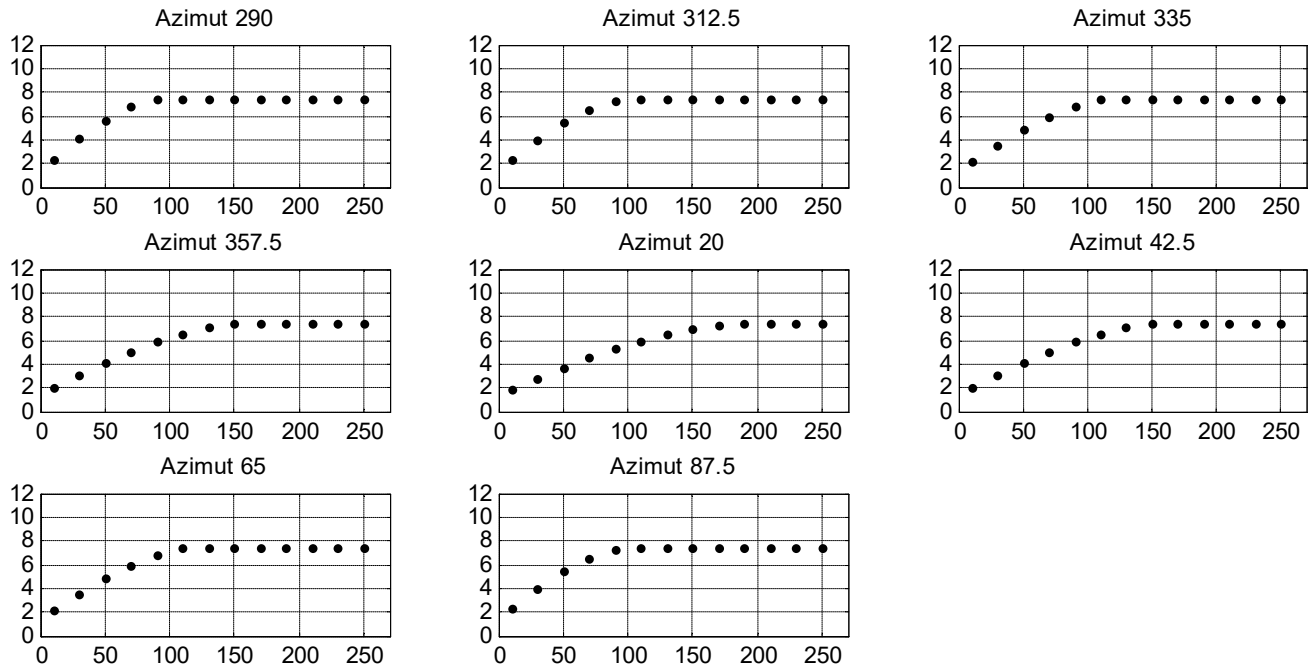


6 pts

a) Quelle est la valeur du variogramme expérimental selon l'azimut 90° pour la distance 20 m exactement ? (indiquez toutes les paires retenues)

Question 3 (suite)

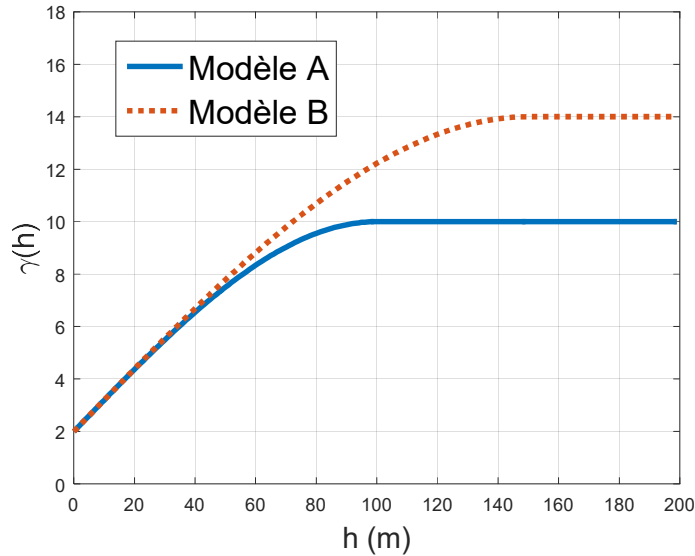
Sur l'ensemble du gisement, les variogrammes expérimentaux ont été calculés selon différentes directions avec une tolérance angulaire de 5° . L'on a obtenu $(|h| \text{ (m)})$ en abscisse et $\gamma_e(|h|)$ (ppm²) en ordonnée :



6 pts b) Décrivez un modèle de variogramme 2D qui s'ajuste bien à ces variogrammes expérimentaux simultanément dans toutes les directions. Bien indiquer tous les paramètres.

Question 4 (16 points)

Soit les deux modèles de variogramme présentés sur la figure suivante.

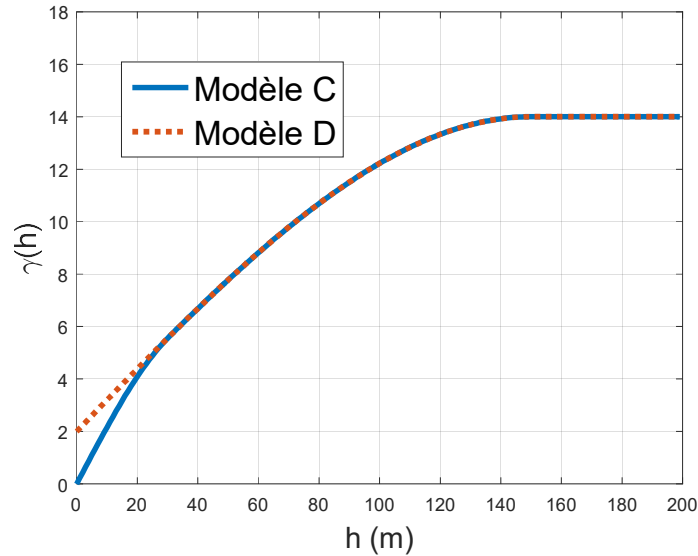


Indiquez si les valeurs obtenues pour les éléments décrits dans le tableau suivant seront très semblables (O) ou non (N) lorsque calculés avec les modèles A et B. (un point par bonne réponse, zéro pour l'absence de réponse et -0.5 pour une mauvaise réponse).

		Semblable Oui ou Non
a)	La variance de la teneur d'un bloc de 20 m x 20 m	
b)	La variance de dispersion pour un bloc de 10 m x 10 m dans un bloc 40 m x 40 m	
c)	La variance d'un krigeage ordinaire ponctuel où tous les points, incluant le point à estimer, présentent entre eux des distances < 20 m	
d)	La variance de dispersion des valeurs ponctuelles dans un bloc de 40 m x 40 m	
e)	La variance de la teneur d'un bloc de 200 m x 200 m	
f)	La variance de dispersion pour un bloc de 10 m x 10 m dans un bloc 200 m x 200 m	
g)	La variance de krigeage ordinaire où tous les points du krigeage, incluant le point à estimer, présentent entre eux des distances > 80 m	
h)	La variance de dispersion des valeurs ponctuelles dans un bloc de 200 m x 200 m	

Question 4 (suite)

On compare cette fois les valeurs obtenues avec les deux modèles de variogramme C et D suivants :

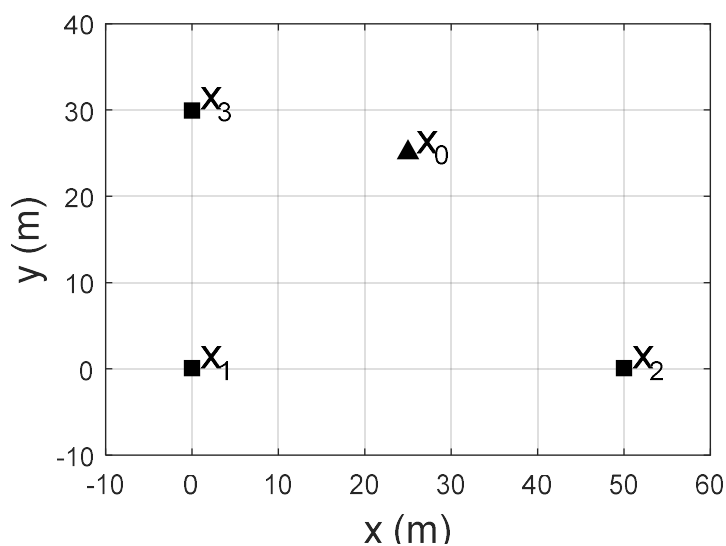


Indiquez si les valeurs obtenues pour les éléments décrits dans le tableau suivant seront très semblables (O) ou non (N) lorsque calculés avec les modèles C et D. (un point par bonne réponse, zéro pour l'absence de réponse et -0.5 pour une mauvaise réponse).

		Semblable Oui ou Non
i)	La variance de la teneur d'un bloc de 20 m x 20 m	
j)	La variance de dispersion pour un bloc de 10 m x 10 m dans un bloc 40 m x 40 m	
k)	La variance d'un krigeage ordinaire ponctuel où tous les points, incluant le point à estimer, présentent entre eux des distances < 20 m	
l)	La variance de dispersion des valeurs ponctuelles dans un bloc de 40 m x 40 m	
m)	La variance de la teneur d'un bloc de 200 m x 200 m	
n)	La variance de dispersion pour un bloc de 10 m x 10 m dans un bloc 200 m x 200 m	
o)	La variance de krigeage ordinaire où tous les points du krigeage, incluant le point à estimer, présentent entre eux des distances > 80 m	
p)	La variance de dispersion des valeurs ponctuelles dans un bloc de 200 m x 200 m	

Question 5 (16 points)

La figure suivante montre la localisation de trois données (x_1 à x_3) utilisées pour estimer la teneur du Cu (en %) au point x_0 (situé en $x=25$, $y=25$) par krigeage ordinaire. Le modèle de variogramme est sphérique avec anisotropie géométrique. Les axes principaux sont orientés parallèlement aux coordonnées x et y . La portée selon x est de 100 m et elle est de 20 m selon y . La composante sphérique a comme paramètre $C=7\%^2$. On retrouve aussi un effet de pépité de valeur $C_0 = 1\%^2$.



Construisez le système de krigeage ordinaire sous forme matricielle (ne pas résoudre). Indiquez clairement tous vos calculs.

Question 5 (suite)

Question 6 (14 points)

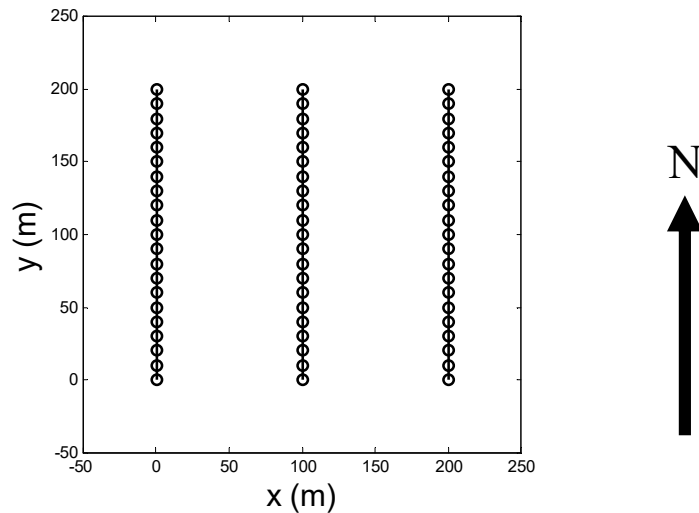
Une mine opère un gisement de fer (FeO) dont le variogramme ponctuel 3D est sphérique avec anisotropie géométrique. On a $C_0=5\%^2$, $C=23\%^2$ et $a_x=a_y=200$ m et $a_z=40$ m. Chaque jour, on mine 30 kt de minerai correspondant approximativement à un bloc de 30 m (selon x) x 30 m (selon y) x 10 m verticalement. Au cours d'un mois, on prévoit miner approximativement un bloc de 165 m x 165 m x 10 m.

10 pts a) Quelle sera la variance de la teneur moyenne quotidienne en FeO que l'on s'attend à observer au cours du mois?

4 pts b) Suggérez une modification simple au bloc exploité quotidiennement qui permettrait de diminuer la variance de la teneur quotidienne au cours du mois (le bloc correspondant au mois ne change pas; vous ne pouvez pas utiliser de pile de pré-homogénéisation ni recourir à plus d'un point de minage)

Question 7 (14 points)

La figure suivante illustre l'emplacement de lignes de levés géophysiques nord-sud espacées de 100 m. Les données sont prises aux 10 m sur chaque ligne. Le variogramme est sphérique avec anisotropie géométrique et portées principales $a_x=300$ m et $a_y=100$ m. On effectue le krigeage pour estimer les valeurs ponctuelles sur une grille régulière de points espacés de 5 m.



Le tableau suivant décrit différentes stratégies de recherche pour définir le voisinage pour le krigeage de chaque point. Le nombre de données indiqué est un nombre maximal. Si l'on a plus de données que ce nombre, on ne prend pas les données excédentaires. On prend les données les plus proches du point à estimer parmi celles respectant la stratégie de recherche.

Stratégie	Description
A	Recherche circulaire de rayon 150 m; 50 points
B	Recherche circulaire de rayon 150 m; 3 points par quadrant.
C	Recherche circulaire de rayon 50 m; 50 points
D	Recherche circulaire de rayon 150 m; 6 points
E	Recherche elliptique 150 m selon x , 60 m selon y ; 10 points
F	Recherche elliptique, 150 m selon x , 60 m selon y ; 50 points
G	Recherche elliptique, 150 m selon x , 50 m selon y ; 3 points par quadrant
H	Recherche elliptique, 60 m selon x , 150 m selon y ; 50 points
I	Recherche elliptique, 60 m selon x , 150 m selon y ; 3 points par quadrant

8 pts a) Identifiez la ou les stratégies de recherche qui semblent à priori acceptables.

Question 7 (suite)

3 pts *b) Indiquez comment la variance de krigeage obtenue avec les différents voisinages pourrait être utile pour sélectionner la meilleure stratégie de recherche?*

3 pts *c) Indiquez une autre méthode statistique permettant de sélectionner la meilleure stratégie de recherche. Expliquez très brièvement comment vous l'appliqueriez dans ce cas particulier compte tenu de la disposition des données.*

Corrigé CP2-2016

Question 1

$$C(h)=10 (1-1.5 \times 10/20+0.5 \times (10/20)^3) + 36 \exp(-30/150) = 32.60 \text{ ppm}^2$$

Question 2

$$\text{1er rectangle : } \text{Var}(e1)= 3/30 + 20 \times E(50/50, 90/100) = 0.1 + 20 \times 0.1 = 2.1 \%^2$$

$$\text{2e rectangle : } \text{Var}(e2)= 3/14 + 20 \times E(50/50, 42/100) = 0.214 + 20 \times 0.15 = 3.21 \%^2$$

$$\text{Combiné : } [(90 \times 50)^2 \cdot 2.1 + (42 \times 50)^2 \cdot 3.21] / (90 \times 50 + 42 \times 50)^2 = 1.30 \%^2$$

Question 3

a) On trouve 5 paires.

$$\gamma_e(20) = 1/10 [(6-3)^2 + (12-10)^2 + (10-12)^2 + (12-4)^2 + (2-4)^2] = 8.5 \text{ ppm}^2$$

b) Variog. sphérique avec anisotropie géométrique. Directions principales 20 et 290 degrés. $a_{20}=200$ et $a_{290}=100$. $C_0=1$, $C=6.5$.

Question 4

a) à h) : N O O O N N N N

i) à p) : N N N N O N O O

Question 5

à cause la portée 20 verticalement, seules 2 covariances sont non-nulles : $\text{Cov}(Z1, Z2)$ et $\text{Cov}(Z3, Z0)$

$$\text{Cov}(Z1, Z2) = 7 (1 - 1.5 \cdot 50/100 + 0.5 (50/100)^3) = 2.1875$$

$$\theta_{3-0} = \text{atan}(5/25) = 11.31 \text{ degrés}$$

$$a_\theta = (20 \times 100) / (\sin(11.31)^2 100^2 + \cos(11.31)^2 20^2)^{0.5} = 72.111$$

$$h_{30} = (5^2 + 25^2)^{0.5} = 25.4951$$

$$C_{30}(h_{30}) = 7 (1 - 1.5 (25.4951/72.111) + 0.5 ((25.4951/72.111)^3)) = 3.4424$$

Le système de KO est donc :

$$\begin{bmatrix} 8 & 2.1875 & 0 & 1 \\ 2.1875 & 8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.4424 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Question 6

$$\text{a) } D^2(v|V) = 23 [F(10/40, 165/200) - F(10/40, 30/200)] = 23 (0.6 - 0.18) = 9.66 \%^2 \text{ (Fig. 3)}$$

b) Miner quotidiennement un bloc le plus allongé possible (e.g. 165 x 5.6 m x 10 m). No

Question 7

a) A, B, F, G

b) On pourrait comparer la distribution des variances de krigeage obtenues pour chaque voisinage. Celle avec la plus faible valeur moyenne devrait être un meilleur choix.

c) Validation croisée. On enlève chaque point à tour de rôle et on l'estime avec ses voisins sélectionnés selon la stratégie de recherche. La moyenne des erreurs en valeur absolue (ou au carré) indiquera quelle stratégie est la meilleure. Comme les données sont prises selon les lignes de relevés on aurait intérêt à décimer les données pour se rapprocher d'une situation d'estimation plus proche de ce qui sera disponible lors du krigeage.