

École Polytechnique
Département des génies civil, géologique et des mines (CGM)
GLQ3401-3651 - GÉOSTATISTIQUE et GÉOLOGIE MINIÈRES
2^e contrôle périodique - Automne 2015

Date : 5 novembre 2015, heure : 13h45 à 16h15

L'examen comprend 6 questions valant 15 points chacune pour un total de 90 points

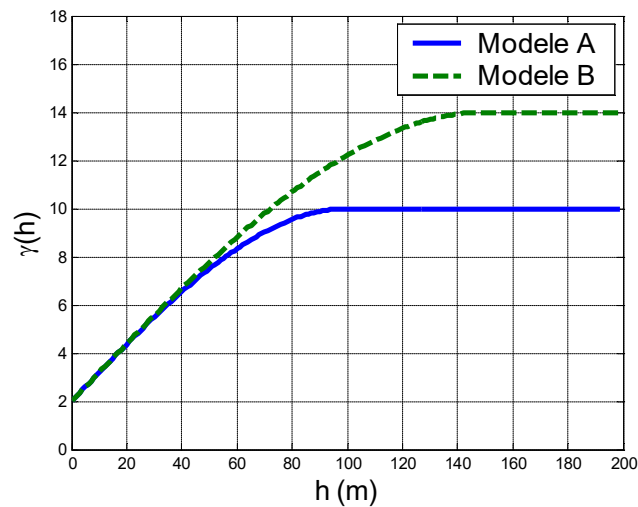
-
- Le professeur ne répond à aucune question en cours d'examen. En cas de doute, indiquez votre interprétation.
 - Vous répondez sur le questionnaire, utilisez le verso au besoin.
 - Les abaques sont fournis aux dernières pages du questionnaire.
 - Deux feuilles recto-verso permises; toute calculatrice permise.
-

Prénom _____ Nom _____ Matricule : _____
(lettres carrées)

Signature : _____

Question 1 (15 points)

Soit les deux modèles de variogramme présentés sur la figure suivante.



Question 1 (suite)

Indiquez pour les questions a) à d) ci-contre si les deux modèles fournissent des réponses très semblables ou non. Si vous prévoyez une différence, dans quel sens celle-ci devrait se manifester? Répondez sans faire de calculs.

4 pts a) La variance de blocs pour un bloc de 20m x 20m ?

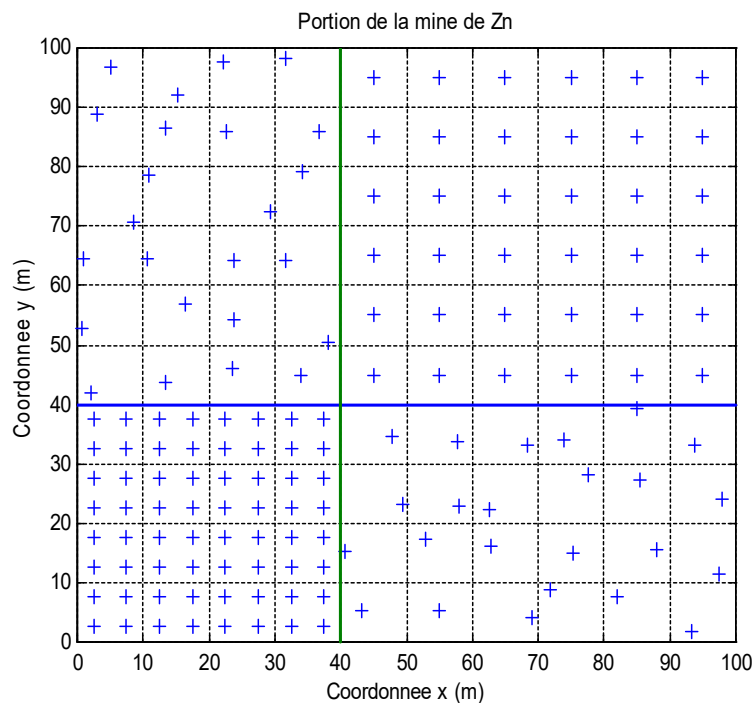
4 pts b) La variance de dispersion pour un bloc de 10m x 10m dans un bloc 40m x 40m ?

3 pts c) La variance de dispersion des valeurs ponctuelles dans un bloc de 30m x 30m ?

4 pts d) La variance d'un krigeage ordinaire ponctuel où tous les points, incluant le point à estimer, présentent entre eux des distances < 40 m.

Question 2 (15 points)

La figure suivante montre l'emplacement des échantillons pour une portion d'une mine de zinc. On distingue quatre zones et 3 patrons d'échantillonnage différents (pour les zones nord-ouest et sud-est, vous pouvez considérer que l'échantillonnage est **aléatoire stratifié** avec un échantillon par cellule). Les teneurs (%Zn) sont mesurées sur des épaisseurs constantes de 5m correspondant à l'épaisseur des bancs de la mine et servent à calculer le variogramme 2D des teneurs de Zn.



Quelle est la variance d'estimation de la teneur moyenne en Zn pour l'ensemble de la zone si le variogramme est sphérique isotrope avec $C_0=6\%$, $C=30\%$ et $a=25m$?

Question 2 (suite)

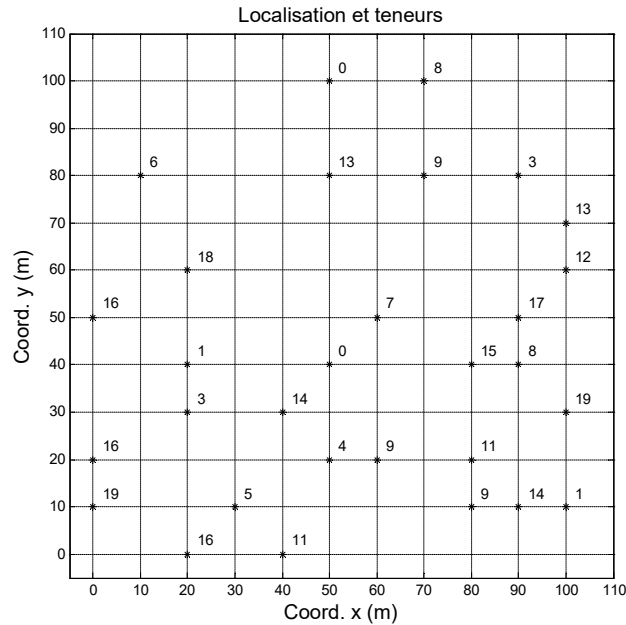
Question 3 (15 points)

Dans un très grand gisement d'or exploité à ciel ouvert, la teneur quotidienne varie beaucoup. Comme les ajustements majeurs au concentrateur sont faits à chaque semaine, la mine vit un problème de mauvaise récupération due à cette variabilité. Pour atténuer le problème, l'ingénieur suggère d'utiliser une pile de pré-homogénéisation (disposition en fines couches horizontales reprises verticalement). Le volume de la pile correspond à la capacité du concentrateur pour une semaine, soit 20Kt. Le bloc miné durant la semaine fait 35m x 35m x 5m. À chaque jour, on mine un bloc de 35m x 5m x 5m. Le variogramme 3D a été obtenu à partir de carottes de forage que l'on peut considérer comme ponctuelles. Le modèle choisi est isotrope et de type sphérique avec $C_0=100\text{ppm}^2$, $C=500\text{ppm}^2$ et $a=25\text{m}$.

- 4 pts a) *Quelle sera la variance de la teneur en or quotidienne entrant au concentrateur lors de l'exploitation d'une même pile de pré-homogénéisation?*
- 4 pts b) *Quelle sera la variance entre des teneurs moyennes des piles exploitées sur une très longue période de temps ?*
- 4 pts c) *Quelle serait la variance des teneurs quotidiennes sur une très longue période de temps si l'on n'utilise pas de pile de pré-homogénéisation?*
- 3 pts d) *Vous êtes contrôleur du procédé au concentrateur. Préférez-vous l'exploitation avec ou sans la pile? Justifiez.*

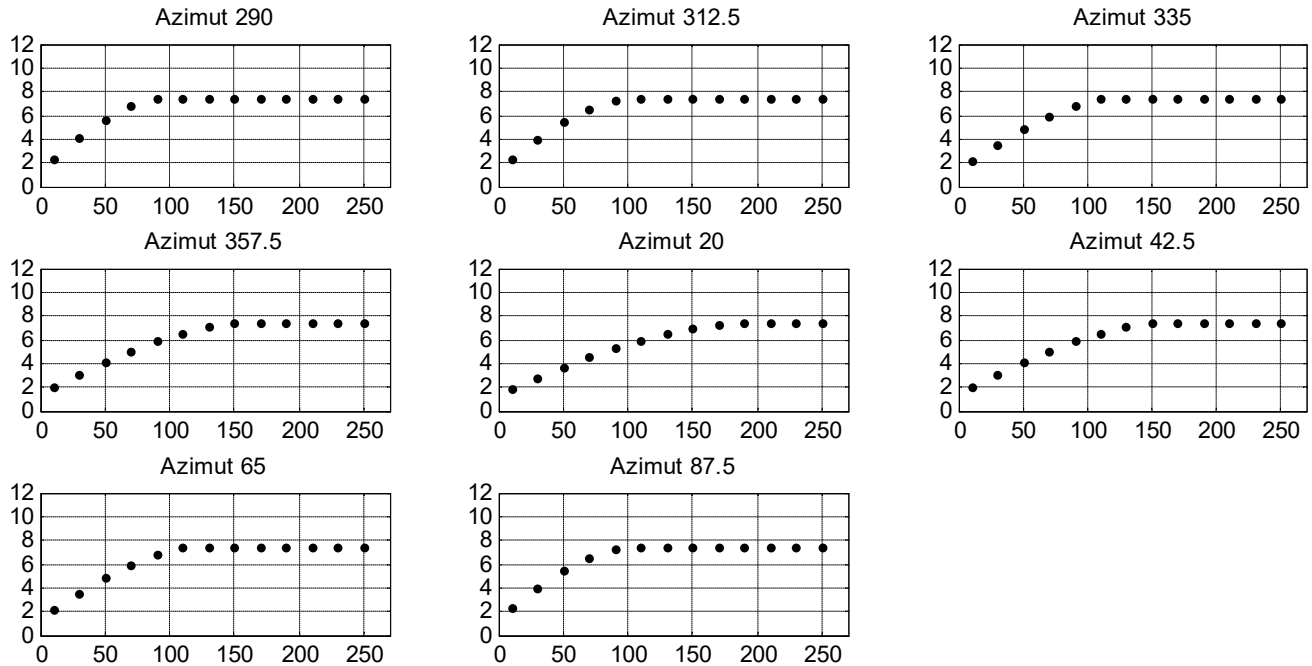
Question 4 (15 points)

6 pts a) Calculez le variogramme expérimental des données suivantes (Au en ppm) dans la direction (azimut) 0° pour les distances 10 m et 20 m (tolérance angulaire 0.1°). Les nombres sur la figure sont les teneurs associés aux localisations indiquées par *. Bien indiquer les paires utilisées.



Question 4 (suite)

Sur l'ensemble du gisement, les variogrammes expérimentaux ont été calculés selon différentes directions avec une tolérance angulaire de 5° . L'on a obtenu :

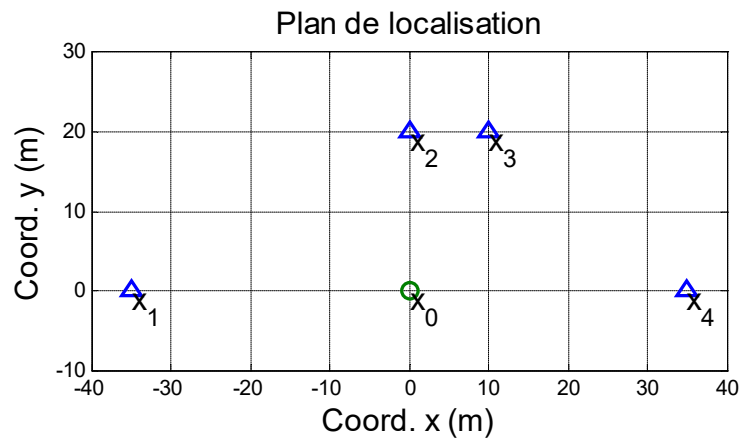


6 pts *b) Décrivez un modèle de variogramme 2D qui s'ajuste bien à ces variogrammes expérimentaux simultanément dans toutes les directions.*

3 pts *c) On effectue le krigeage ordinaire sur une grille régulière de 1m avec ces données en utilisant le modèle de variogramme s'ajustant le mieux possible aux variogrammes expérimentaux directionnels. On calcule ensuite les variogrammes expérimentaux directionnels des valeurs krigées. Ceux-ci seront-ils bien ajustés par le modèle utilisé pour réaliser le krigeage? Justifiez.*

Question 5 (15 points)

La figure suivante montre une portion d'une mine de fer. L'on désire estimer la teneur au point x_0 par la méthode polygonale (i.e. estimer par le plus proche voisin). Le variogramme comporte trois composantes : un effet de pépité C_0 de $5\%^2$, un sphérique isotrope de portée 15m ayant $C_1=25\%^2$ et un sphérique avec $C_2=20\%^2$ et portées montrant une anisotropie géométrique. Les directions principales sont selon l'azimut 30° et 120° . les portées sont $a_{30}=100$ m et $a_{120}=50$ m.



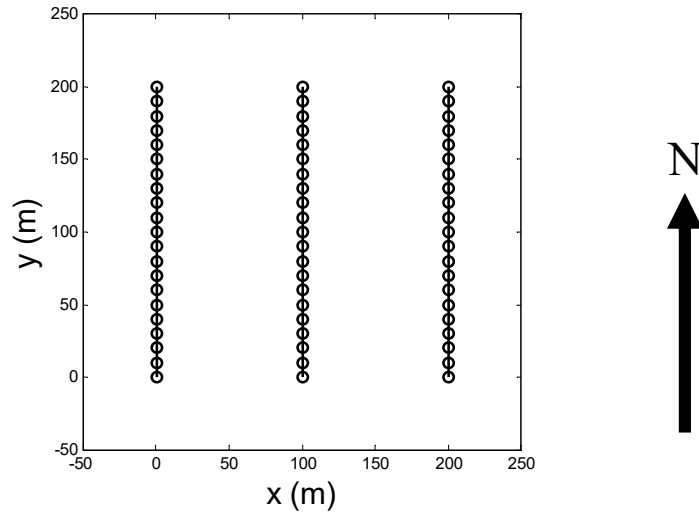
- 9 pts a) Construisez le système de krigeage ordinaire qui correspond à l'estimation de la teneur au point x_0 par son plus proche voisin.

Question 5 (suite)

6 pts *b) Résoudre le système en a), trouver le multiplicateur de Lagrange et calculer la variance de krigeage ordinaire.*

Question 6 (15 points)

La figure suivante illustre l'emplacement de lignes de levés géophysiques nord-sud espacées de 100 m. Les données sont prises aux 10 m sur chaque ligne. Le variogramme est sphérique avec anisotropie géométrique et portées principales $a_x=300$ m et $a_y=100$ m. On effectue le krigeage pour estimer les valeurs ponctuelles sur une grille régulière de points espacés de 5 m.



Le tableau suivant décrit différentes stratégies de recherche pour définir le voisinage pour le krigeage de chaque point. Le nombre de données indiqué est un nombre maximal. Si l'on a plus de données que ce nombre, on ne prend pas les données excédentaires. On prend les données les plus proches du point à estimer parmi celles respectant la stratégie de recherche.

Stratégie	Description
A	Recherche circulaire de rayon 150 m; 30 points
B	Recherche circulaire de rayon 150 m; 3 points par quadrant.
C	Recherche circulaire de rayon 50 m; 30 points
D	Recherche circulaire de rayon 150 m; 6 points
E	Recherche circulaire de rayon 50 m; 50 points.
F	Recherche elliptique 150 m selon x, 50 m selon y; 10 points
G	Recherche elliptique, 150 m selon x, 50 m selon y; 30 points
H	Recherche elliptique, 150 m selon x, 50 m selon y; 3 points par quadrant
I	Recherche elliptique, 75 m selon x, 150 m selon y; 30 points
J	Recherche elliptique, 75 m selon x, 150 m selon y; 3 points par quadrant

5 pts a) Identifiez la ou les stratégies de recherche qui semblent à priori acceptables.

Question 6 (suite)

5 pts *b) Indiquez le problème pour la ou les stratégies que vous jugez inacceptables.*

5 pts *c) Quel outil statistique pourriez-vous utiliser pour tenter de sélectionner la meilleure stratégie de recherche?*

Annexes

Abaque F, 2D, Modèle sphérique

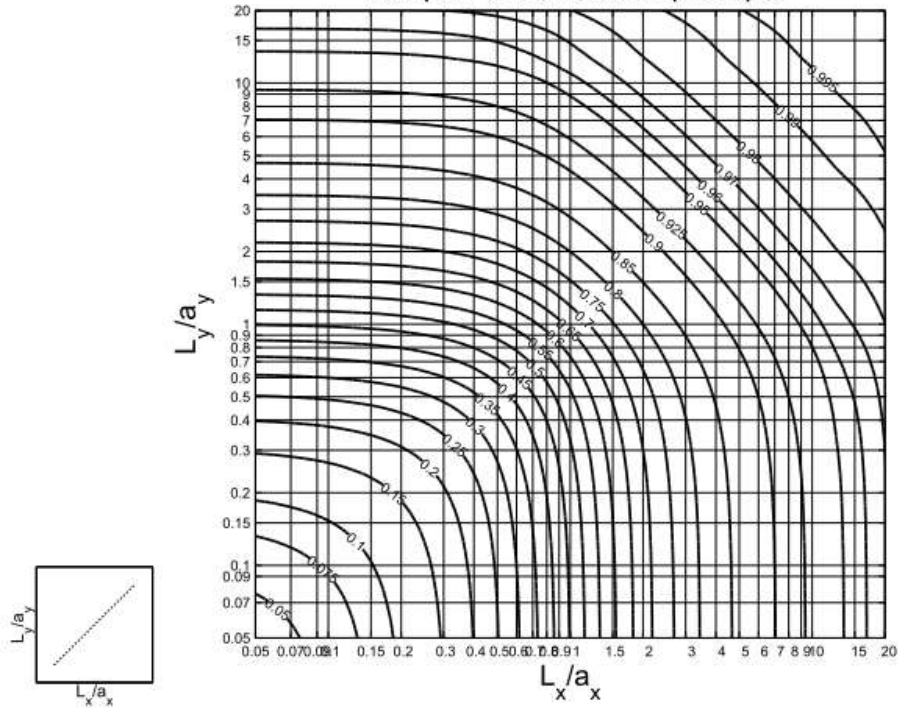


Fig. 2. Variance d'un point dans un rectangle, variogramme sphérique de palier $C=1$; $F(L_x/a_x, L_y/a_y) = D^2(\bullet|v) = \bar{\gamma}(v, v) = (1 - \bar{C}(v, v))$

Abaque F, 3D, Modèle sphérique

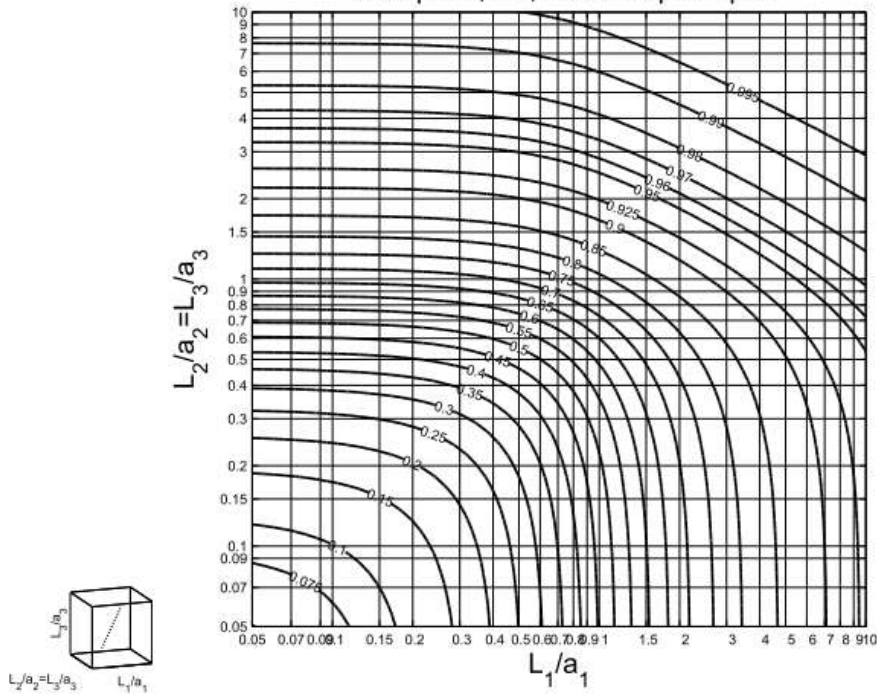


Fig. 3. Variance d'un point dans un bloc section carrée, variogramme sphérique de palier $C=1$; $F(L_1/a_1, L_2/a_2 = L_3/a_3, L_3/a_3) = D^2(\bullet|v) = \bar{\gamma}(v, v) = (1 - \bar{C}(v, v))$

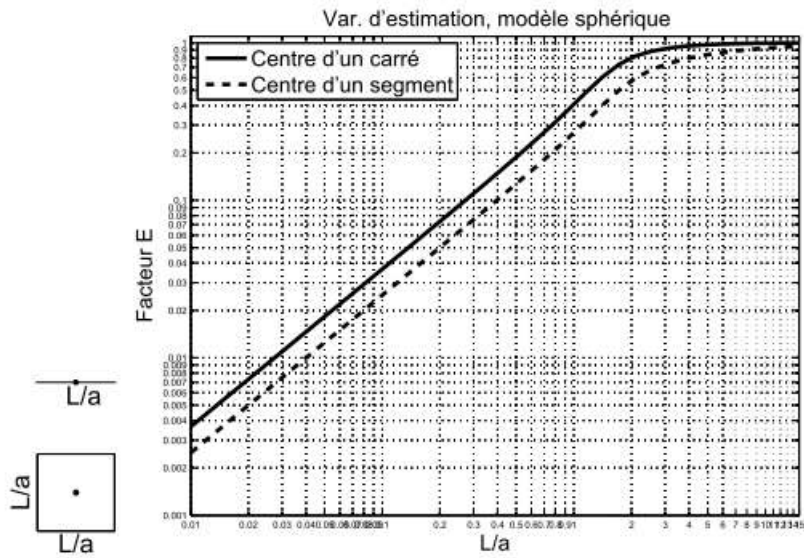


Fig. 4. Variance d'estimation: un segment ou un carré estimé par son point central

Corrigé

Question 1

a) Var bloc avec A > var bloc avec B car $C_A > C_B$ et $\text{Var}(\text{bloc}) = C - \bar{\gamma}(v, v)$ et $\bar{\gamma}(v, v)$ sera le même avec les deux modèles car le bloc ne fait que 20m.

b) $D^2(v|V) = \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v)$, comme le gros bloc fait 40 m, les valeurs du variogramme seront les mêmes pour les deux modèles pour v et V, donc on aura la même variance de dispersion.

c) $D^2(o|v) = \bar{\gamma}(v, v)$, donc aucune différence

d) Comme on peut exprimer le krigeage ordinaire en fonction du variogramme et que toutes les valeurs sont les mêmes pour A et B car les distances sont toutes < 40 m, alors on aura le même krigeage et donc la même variance de krigeage.

Question 2

A : NO+SE; B :NE; C : SO

Pour A: $(6+30F(10/25,10/25))/48$; $F(10/25,10/25)=0.31 \Rightarrow 0.319 \%$

Pour B: $(6+30E(10/25))/36$; $E(10/25)=0.15 \Rightarrow 0.292 \%$

Pour C : $(6+30E(5/25))/64$; $E(5/25)=0.075 \Rightarrow 0.129 \%$

Global : $(1600^2 \cdot 0.129 + 3600^2 \cdot 0.292 + 4800^2 \cdot 0.319) / 10000^2 = 0.115\%$

Question 3

a) ~0, on ne voit pas de variation tant qu'on est dans une même pile

b) σ_v^2 où v est le volume de la pile : $C(1-F(5/25, 35/25)) = 500 \cdot (1-0.79) = 105 \text{ ppm}^2$

c) σ_v^2 où v est le volume miné quotidiennement : $C(1-F(35/25, 5/25)) = 500(1-0.58) = 210 \text{ ppm}^2$

d) Avec la pile. On réduit la variance de moitié, ce qui permet des ajustements moins importants en moyenne. De plus, durant l'exploitation d'une même pile (une semaine), il n'y a pas d'ajustements à apporter.

Question 4

a) $\text{gamma}(10) = 1/(2 \cdot 5) \cdot [(16-19)^2 + (1-3)^2 + (9-11)^2 + (8-17)^2 + (12-13)^2] = 99/10 = 9.9$

$\text{gamma}(20) = 1/(2 \cdot 6) \cdot [(1-18)^2 + (0-4)^2 + (0-13)^2 + (8-9)^2 + (11-15)^2 + (19-1)^2] = 67.92$

b) Modèle sphérique avec anisotropie géométrique $a_{20}=200\text{m}$, $a_{290}=100\text{ m}$, 20° et 290° sont les directions principales de l'ellipse de portée, $C_0=1.5 \text{ ppm}^2$, $C=6 \text{ ppm}^2$,

c) Non, il ne sera pas bien ajusté car la variance des valeurs krigées est inférieure à celle de la variable originale (effet de lissage) et le variogramme ne montrera pas d'effet de pépité et sera plus continu que la variable originale. De plus, la variance des valeurs krigées n'est pas stationnaire, ce qui indique que l'on ne devrait même pas calculer le variogramme.

Question 5

a) Le point le plus proche est situé en x_2 , $\text{dist}=20$ m.. La direction définie par les deux points eat azimuth 0.
 $\text{Cov}(Z_2, Z_2)=50$; $\text{Cov}(Z_0, Z_2)= 20*\text{Sph}(a_{30}=100, a_{120}=50)$

La portée selon la direction 0^0 est : $100*50/(100^2\sin(30)^2+50^2\cos(30)^2)^{0.5} = 75.6$ m
et $20(1-1.5(20/75.6)+0.5(20/75.6)^3)=$

$$\begin{bmatrix} 50 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.25 \\ 1 \end{bmatrix}$$

b) On trouve $\lambda = 1$; $\mu = 12.25 - 50 = -37.75$

$$\sigma_k^2 = 50 - 12.25 - (-37.75) = 75.5 \text{ \%}^2$$

Question 6

a) Acceptables : A,B,F,G,H

b) Problèmes :

C, E, I et J : La distance de recherche n'est pas assez grande pour englober au moins deux lignes. Donc certains points seront estimés par des données provenant d'une seule ligne, chose qu'il faut absolument éviter car cela introduit de fortes discontinuités dans les cartes krigées.

D : bien que la distance de recherche soit assez grande, le nombre est insuffisant car on va trouver tous les points les plus proches à nouveau sur le même forage. Il faut soit prendre plus de points, soit faire une recherche par quadrant.

c) On pourrait utiliser la validation croisée.