

École Polytechnique
Département des génies civil, géologique et des mines (CGM)
GLQ3401-3651 - GÉOSTATISTIQUE et GÉOLOGIE MINIÈRES
2^e contrôle périodique - Automne 2014

Date : 7 novembre 2014

Heure : 12h45 à 14h45

**Note : Deux feuilles recto-verso permises; calculatrice, programmable ou non, permise;
tout autre appareil électronique interdit**

*L'examen comprend 7 questions totalisant 100 points
20 pts : Q2, Q3 - 15 pts : Q4, Q7 - 10 pts : Q1, Q5, Q6*

Le professeur ne répond à aucune question en cours d'examen. En cas de doute, indiquez votre interprétation.

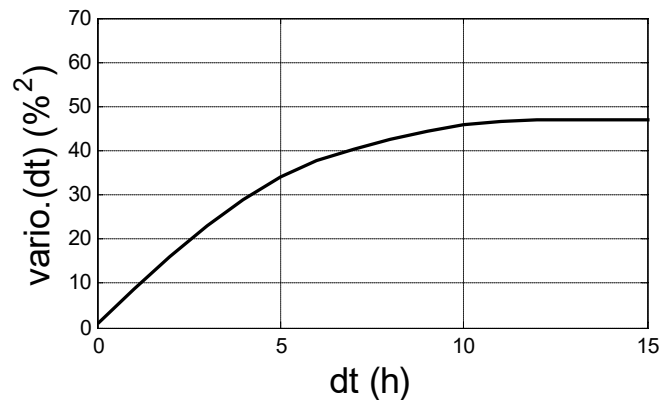
Vous répondez sur le questionnaire, utilisez le verso au besoin

Nom de l'étudiant : _____ Matricule : _____
(lettres carrées)

Signature : _____

Question 1 (10 points)

Une mine de Cu veut connaître la teneur quotidienne de son minerai à l'entrée du concentrateur. Elle échantillonne le convoyeur de minerai à intervalles réguliers de 1 h à compter de la 30^e minute. On suppose que globalement l'échantillonnage est sans biais. Le variogramme ponctuel comporte un effet de pépité $C_0=1\%^2$ et deux composantes sphériques s'additionnant (voir figure), la première composante avec $C_1=16\%^2$ et $a_1=6$ h et la seconde avec $C_2=30\%^2$ et $a_2=12$ h.



Question 1 (suite)

Quelle est la variance d'estimation de la teneur quotidienne entrant au concentrateur obtenue avec cette procédure ?

Question 2 (20 points)

Répondez par vrai ou faux (1 point pour une bonne réponse, 0 pour une absence de réponse, -0.5 pour une mauvaise réponse). Dans tous les cas, supposez qu'un modèle admissible de variogramme est utilisé. Dans tous les énoncés où le krigeage apparaît, supposez que l'on estime un point distinct des points où les données sont présentes.

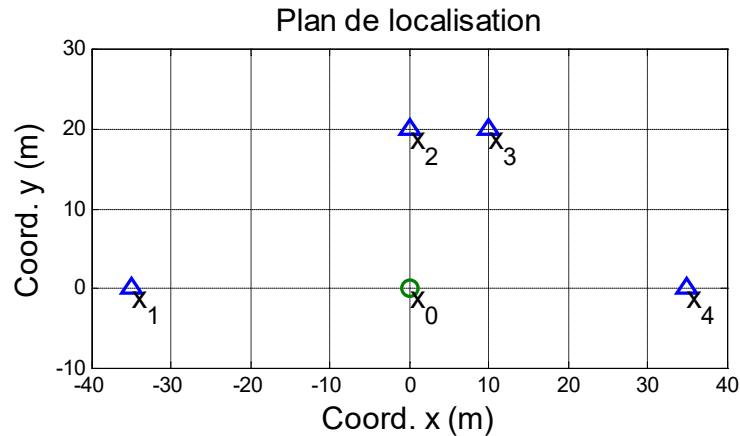
#	Énoncé	Vrai	Faux
1	Dans un krigeage simple, la variance de krigeage ne dépasse jamais le palier du variogramme.		
2	Dans un krigeage ordinaire, la variance de krigeage ne dépasse jamais le palier du variogramme.		
3	Les poids de krigeage simple des données situées à une distance du point estimé supérieure à la portée sont toujours 0.		
4	Les poids de krigeage ordinaire des données situées à une distance du point estimé supérieure à la portée sont toujours 0.		
5	En présence d'un effet de pépité pur, les poids de krigeage simple sont tous 0 et l'estimateur vaut « m », la moyenne supposée connue.		
6	En présence d'un effet de pépité pur, le krigeage ordinaire revient à faire la moyenne arithmétique des données du voisinage.		
7	Un krigeage ordinaire implique l'estimation implicite de la moyenne stationnaire de Z avec les seules données présentes dans le voisinage retenu pour le krigeage.		
8	On peut utiliser la technique de validation croisée pour tout estimateur (e.g. inverse de la distance) pas seulement pour le krigeage.		
9	On peut toujours ajuster les paramètres du variogramme de façon à ce que l'écart-type des résidus normalisés d'une validation croisée soit exactement 1.		
10	Comme il peut y avoir des poids négatifs dans le krigeage, il est possible que l'on obtienne des teneurs estimées par krigeage qui soient négatives.		

Question 2 (suite)

		Vrai	Faux
11	Comme il y a des poids négatifs dans le krigeage, il est possible que l'on obtienne des variances de krigeage négatives.		
12	Pour les modèles de covariance vus au cours (excluant l'effet de pépité pur) si l'on a trois volumes imbriqués l'un dans l'autre avec $v_1 < v_2 < v_3$, alors on aura toujours $D^2(v_1 v_3) > D^2(v_2 v_3)$.		
13	Pour un variogramme sphérique, le choix du palier du variogramme a peu d'impact dans le calcul des variances de dispersion $D^2(v V)$ lorsque « V » est <u>petit</u> par rapport à la portée du variogramme.		
14	Pour un variogramme sphérique, le choix du palier du variogramme a peu d'impact dans le calcul des variances de blocs σ_v^2 lorsque « v » est <u>petit</u> par rapport à la portée du variogramme.		
15	Plus l'effet de pépité est important, plus le krigeage montre de fortes discontinuités aux points échantillons.		
16	Le krigeage ordinaire est sans biais global, et ce, indépendamment du fait que l'on ait, ou pas, le bon modèle de variogramme.		
17	Une procédure d'échantillonnage sans biais mais ne respectant pas les règles de Gy aura comme impact de réduire la portée du variogramme.		
18	Une procédure d'échantillonnage sans biais mais ne respectant pas les règles de Gy aura comme impact d'augmenter l'effet de pépité.		
19	Un bon outil de validation du variogramme est de calculer le variogramme expérimental sur les valeurs krigées. On s'attend alors à ce que celui-ci corresponde au modèle utilisé pour le krigeage.		
20	Lorsque l'on calcule les variogrammes expérimentaux d'un gisement en 3D il est souhaitable, autant que possible, de calculer le variogramme dans les directions et plongées prises par quelques forages.		

Question 3 (20 points)

Soit le diagramme suivant montrant l'emplacement de quatre données (x_1 à x_4) où l'on a mesuré la teneur en Fe. On désire effectuer un krigeage ordinaire au point x_0 situé en (0,0). Le variogramme est sphérique et anisotrope. Les directions principales sont x (portée de 20 m) et y (portée de 40 m). L'effet de pépité est de $5\%^2$, le « C » du sphérique est de $50\%^2$ (palier total $55\%^2$).



12 points a) Fournissez, sous forme matricielle, les équations du krigeage ordinaire du point x_0 avec les points x_1 à x_4 . Ne solutionnez pas ce système d'équations.

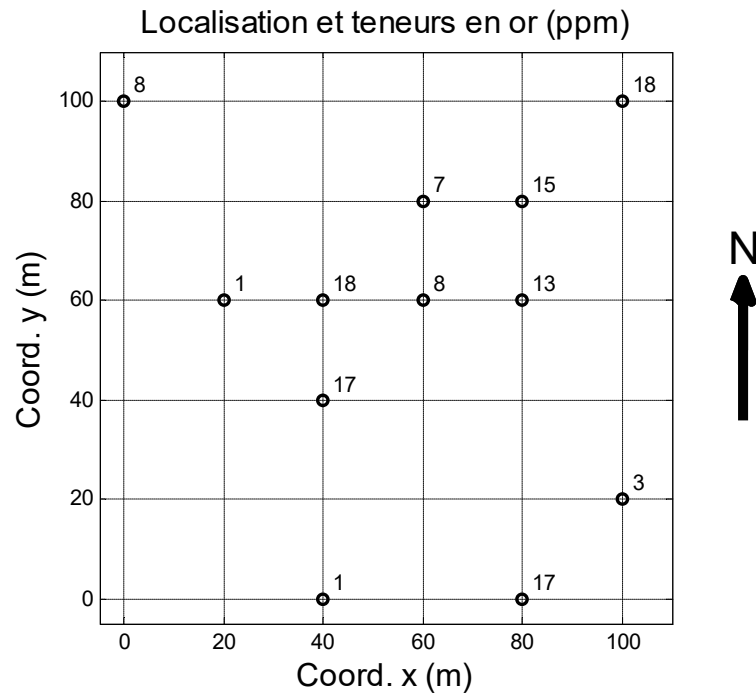
Question 3 (suite)

5 points *b) Si l'on effectuait l'estimation au point x_0 uniquement avec le point x_4 , quelle serait la variance de krigeage obtenue?*

3 points *c) Si l'on effectue le krigeage sur une grille très serrée en utilisant à chaque fois uniquement l'observation la plus près du point estimé, à quelle méthode d'estimation correspond alors la surface krigée ?*

Question 4 (15 points)

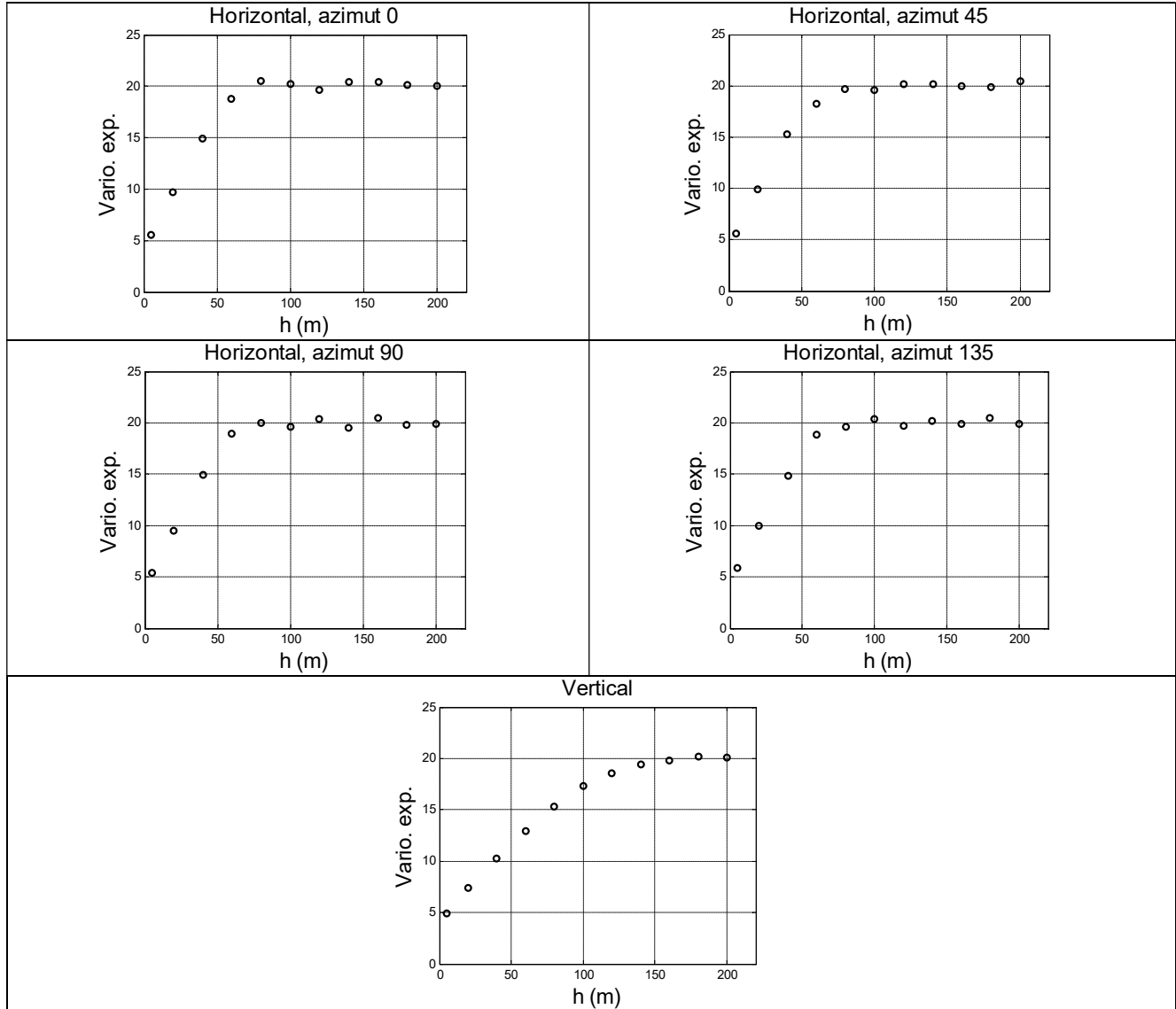
La figure suivante montre une vue en plan donnant la teneur en or (ppm) en certains points.



- 8 points a) Quelle est la valeur du variogramme expérimental selon l'azimut 90° pour la seule classe de distance $]0, 40]$ m obtenu en appliquant une tolérance angulaire de 0.1° ? (indiquez toutes les paires retenues, le nombre de paires, la valeur du variogramme expérimental et la valeur de la distance où représenter ce point).

Question 4 (suite)

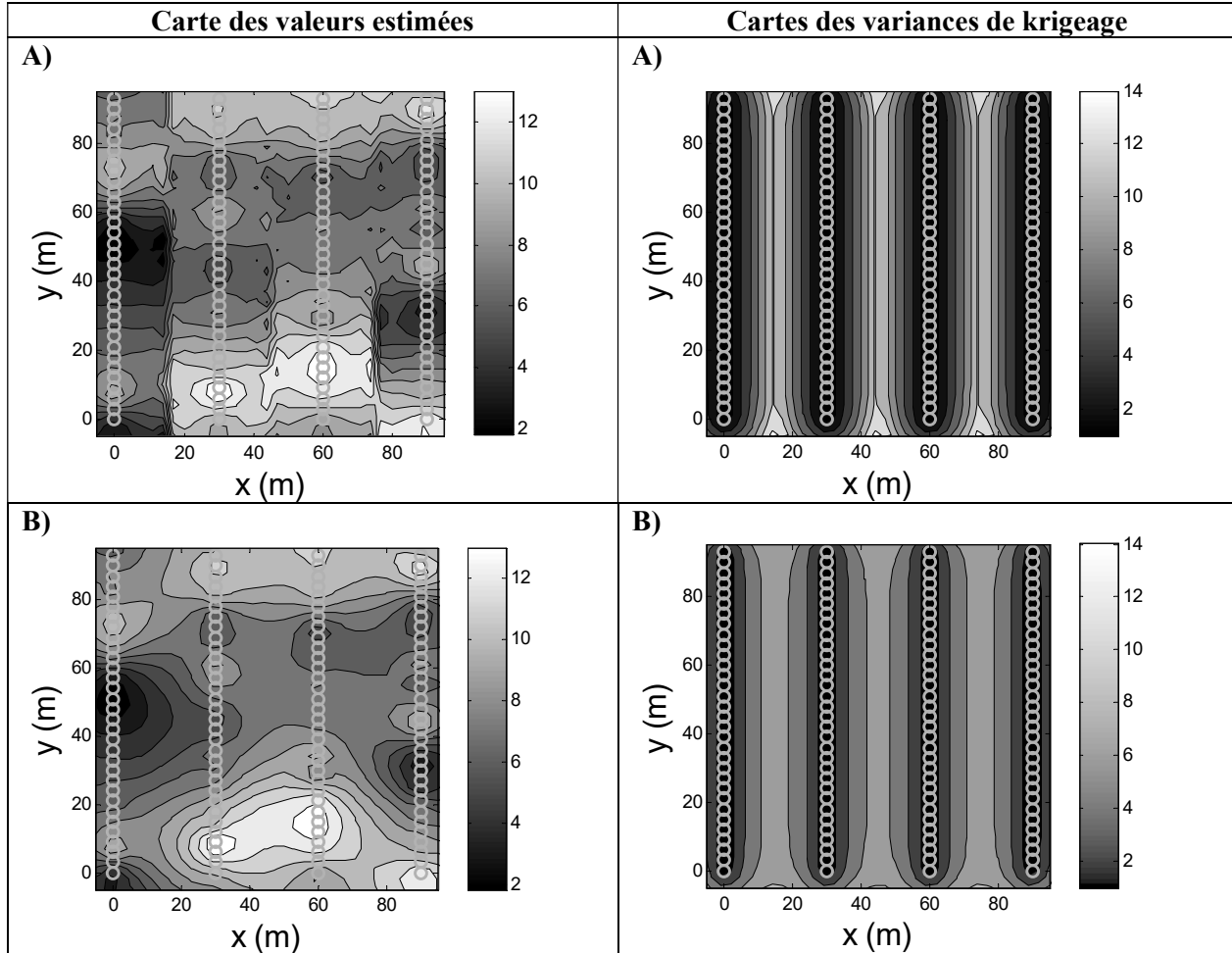
Sur une autre portion de ce même gisement, l'on a obtenu les cinq variogrammes directionnels suivants. La direction géologique préférentielle est la verticale. Chaque variogramme a été calculé suivant la direction indiquée et en appliquant une tolérance angulaire de 5° .



7 points b) suggérez un modèle de variogramme en 3D s'ajustant simultanément à ces variogrammes directionnels. Indiquer le type (nom) du modèle, les paramètres C_0 et C et la ou les portées à utiliser.

Question 5 (10 points)

La figure suivante présente en A) et B) le résultat du krigeage ordinaire obtenu en utilisant deux voisinages différents (à gauche l'estimation, à droite la variance de krigeage). Les données des forages sont indiquées par des 'o'. Le même modèle de variogramme a été utilisé dans les deux cas.



Quelle carte devrait-on retenir A) ou B) ? Pourquoi ? Indiquez tout problème détecté sur l'une ou l'autre des deux cartes.

Question 6 (10 points)

Une carrière est utilisée pour produire du ciment. La carrière est exploitée simultanément en trois zones distinctes considérées indépendantes. Chaque zone nourrit simultanément la cimenterie en quantité égale de roche. Le volume total de roche acheminé quotidiennement à la cimenterie est de 1500 m^3 (soit environ, à la carrière, trois blocs de $10\text{m} \times 10\text{m} \times 5\text{m}$ (en x,y,z ; z la profondeur). Le variogramme ponctuel 3D du C_3S (le principal constituant du ciment) est sphérique, anisotrope avec $C_0=10\%^2$, $C=120\%^2$ et $a_{\text{horizontal}}=80 \text{ m}$ et $a_{\text{vertical}}=10 \text{ m}$. On a le même variogramme dans chaque zone.

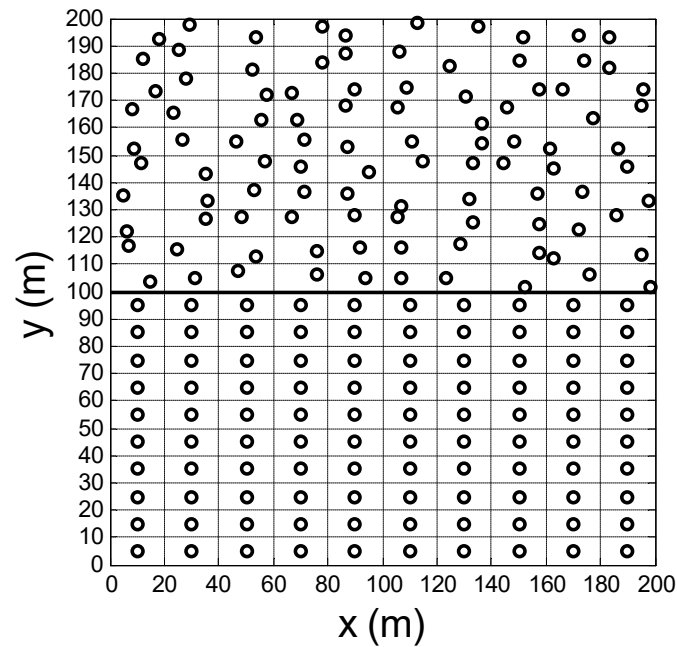
5 points a) *Quelle est la variance, sur une très longue période de temps, de la teneur quotidienne en C_3S entrant à la cimenterie avec l'exploitation actuelle ?*

La compagnie considère que la variance calculée en a) est trop élevée, ce qui réduit la qualité de son ciment. Elle évalue la possibilité d'utiliser une pile de pré-homogénéisation d'une capacité de 37500 m^3 , la pile étant approvisionnée par la carrière de la même façon que la cimenterie l'est actuellement. On peut donc considérer que le volume de la pile de pré-homogénéisation représente à la carrière trois blocs indépendants de $50\text{m} \times 50\text{m} \times 5\text{m}$.

5 points b) *Que devient la variance sur une très longue période de temps de la teneur quotidienne en C_3S entrant à la cimenterie ?*

Question 7 (15 points)

Une mine de Cu en 2D présente un variogramme ponctuel sphérique isotrope avec $C_0=3\%^2$, $C=14\%^2$ et $a=50$ m. On estime la teneur en Cu d'un banc de la mine à l'aide du patron d'échantillonnage suivant :



Calculez la variance d'estimation globale pour la teneur moyenne en Cu sur ce banc.

Corrigé

Q1- $\text{Var}(e) = (1+16 \cdot E(1/6) + 30 \cdot E(1/12))/24 = (1+16 \cdot 0.04 + 30 \cdot 0.02)/24 = 0.093 \%^2$ (Abaque Fig. 4)

Q2-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	F	V	V	F	V	V	F	V	F	V

Q3-

55.00	0.00	0.00	0.00	1.00	p1	0.00
0.00	55.00	15.63	0.00	1.00	p2	15.63
0.00	15.63	55.00	0.00	1.00	p3	5.81
0.00	0.00	0.00	55.00	1.00	p4	0.00
1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	mu	1.00

a) $\text{Cov}(Z2, Z3) = \text{Cov}(Z0, Z2) = 50 \cdot (1 - 1.5 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.5^3) = 15.625$ (car $10/20 = 20/40 = 0.5$)

$\text{Cov}(Z0, Z3)$

- angle theta : $\text{atan}(10/20) = 26.56$

- portée_theta : 31.62 m

- distance = $(500)^{0.5} = 22.36$ m

$50 \cdot (1 - 1.5 \cdot (22.36/31.62) + 0.5 \cdot (22.36/31.62)^3) = 5.81$

Tous les autres sont 0 car $h > \text{portée}$.

b) on aurait alors $p4=1$, $\text{cov}(Z0, Z4)=0$ et $\text{var}(e) = 55 + 55 = 110 \%^2$

c) méthode polygonale

4- a) On trouve 4 paires à 20 m : 1-18, 18-8, 8-13, 7-15 et 3 paires à 40 m : 1-8, 18-13, 1-17.

Donc $N(h)=7$. La distance moyenne est $4/7 \cdot 20 + 3/7 \cdot 40 = 28.57$ m et $\gamma(h) = 57.71 \text{ ppm}^2$

b) Modèle sphérique avec anisotropie géométrique. $C_0=4 \text{ ppm}^2$, $C=16 \text{ ppm}^2$, $a_{\text{horizontal}}=80$ m, $a_{\text{vertical}}=160$ m, axe majeur selon la verticale et isotrope dans le plan horizontal.

5- B) est mieux. En A) on voit des discontinuités entre les forages causées par un mauvais choix du voisinage lors du krigeage (artefact).

6- a) C'est $\sigma_v^2 / 3$, or $\sigma_v^2 = C(1 - F(5/10, 10/80)) = 120 \cdot (1 - 0.27) = 87.6$, donc $87.6/3 = 29.2 \%^2$ (Abaque 3)

b) Idem à a) sauf que le bloc équivalent à la pile est maintenant $50 \times 50 \times 5$, donc

$\sigma_v^2 / 3 = 120/3 \cdot (1 - F(5/10, 50/80)) = 40 \cdot (1 - 0.55) = 18 \%^2$

7- On a 2 zones distinctes de même surface totale donc :

appelons zone 1 celle du haut et zone 2 celle du bas

$\text{Var}(e_g) = (\text{Var}(e_1) + \text{Var}(e_2))/4$

$\text{Var}(e_1) = D^2(\cdot|v)/100 = (3 + 14 \cdot F(20/50, 10/50))/100 = (3 + 14 \cdot 0.24)/100 = 0.0636$ (Abaque 2)

$\text{Var}(e_2) = \text{Var}(e_{\text{un bloc}})/100 = (3 + 14 \cdot E(20/50, 10/50))/100 = (3 + 14 \cdot 0.115)/100 = 0.0461$ (Abaque 5)

$\text{Var}(e_g) = (0.0636 + 0.0461)/4 = 0.0274$