

Notes :

1. Vous répondez sur le questionnaire.
2. *Utilisez le verso au besoin et écrivez **lisiblement***
3. Fournir le détail des calculs et justifier vos réponses lorsque requis. Ne pas oublier d'indiquer les unités.
4. Les justifications nécessitent généralement **une à deux phrases**.
5. *Le professeur et les surveillants ne répondent à aucune question durant l'examen.* En cas de doute, indiquez votre interprétation.
6. Deux feuilles recto-verso d'aide-mémoire sont permises.
7. Toute calculatrice permise.

L'examen comprend 6 questions totalisant 100 points et réparties sur 15 pages.

Dans l'ordre : Q1-20 pts, Q2-20 pts, Q3-20 pts, Q4-15 pts, Q5-10 pts, Q6-15 pts

Nom de l'étudiant : _____

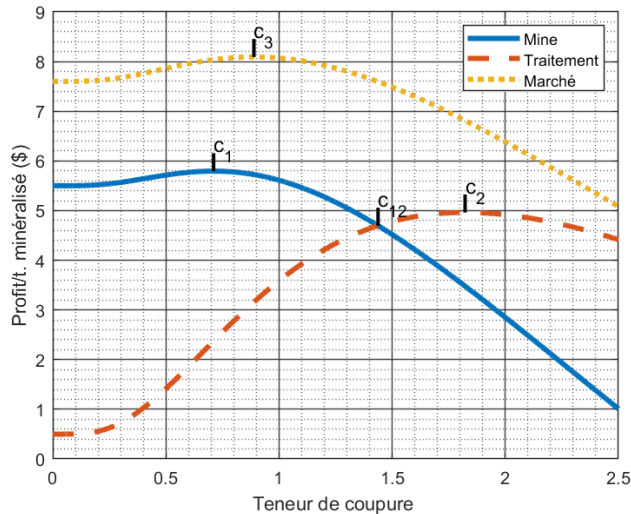
Signature : _____ **Matricule :** _____

Question 1 (20 pts) – Théorie de Lane et Taylor

Une mine de Zn de 200 Mt (tonnes minéralisées) présente les paramètres suivants :

Paramètres	Symboles	Valeurs
Prix du métal	p	3500\$/t Zn
Coût de mise en marché	k	2000\$/t Zn
Taux de récupération	γ	0.75
Coûts de minage	m	6\$/t minéralisée
Coûts de traitement	h	8\$/t minerai
Coûts fixes	f	75 M\$/an
Coût d'opportunité	F	0\$/an
Capacité de minage	M	10 Mt minéralisée/an
Capacité de traitement	H	6 Mt minerai/an
Capacité du marché (fonderie)	K	0.25 Mt Zn/an

La figure suivante montre les courbes de Lane et Taylor calculées avec ces paramètres. On suppose qu'un excellent estimateur (très précis et sans biais conditionnel) est disponible. On suppose de plus que le minerai qui a été délaissé initialement est disponible pour le futur.



2 pts A) Quelle est la teneur de coupure optimale? Et de quel type de teneur de coupure s'agit-il?

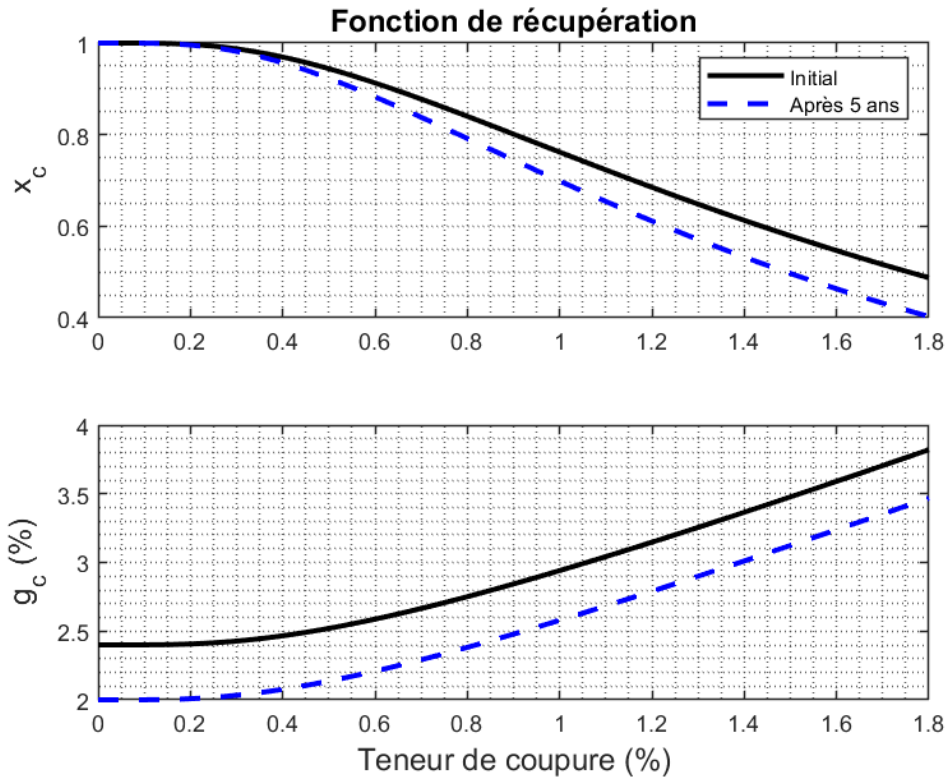
2 pts B) Quelle serait la durée de vie de la mine selon les paramètres actuels de l'exploitation.

2 pts C) Quelle option d'investissement semble présentement, à première vue, la plus profitable pour la mine : augmenter sa capacité de minage (M) ou augmenter sa capacité de traitement (H) ? Justifiez sans faire de calcul.

2 pts D) Sur la durée de vie de la mine, combien sommes-nous prêts à investir pour augmenter la capacité de minage (M) ou la capacité de traitement (H) ? Faites les calculs en fonction de votre réponse à la question 1-C.

Question 1 (suite)

Après 5 ans d'exploitation, on met à jour la distribution des teneurs en tenant compte du minerai déjà extrait. L'on trouve une moyenne de 2.0% (initialement 2.4%) et une variance de $3.2\%^2$ (initialement $5\%^2$). Toujours sous hypothèse lognormale, l'on obtient les fonctions de récupération suivantes :



6 pts E) Avec cette nouvelle distribution, quelle sera la nouvelle teneur de coupure optimale et quel profit, par tonne minéralisé, la mine peut-elle espérer ? (Note : la nouvelle teneur de coupure optimale est ici du même type que dans la question 1-A).

Question 1 (suite)

2 pts F) Comparez la solution initiale avec la nouvelle solution et discutez de l'évolution généralement observée de la teneur de coupure et des profits au fur et à mesure que l'exploitation minière progresse dans le temps.

2 pts G) Toujours sous l'hypothèse d'une distribution lognormale, la teneur réelle du gisement après 5 ans est de moyenne 2,2 %, avec variance de 3,8 %². Vous décidez de faire appel à un consultant, qui vous envoie l'analyse de ces résultats à partir du modèle de blocs de la mine. Vous calculez la moyenne et la variance du modèle fourni par le consultant, obtenant ainsi une moyenne de 2,3 % et une variance de 4,2 %². Que peut-on conclure du modèle de blocs fourni par le consultant ?

2 pts H) On considère deux estimateurs sans biais conditionnel A et B présentant respectivement des variances $\sigma_A^2 < \sigma_B^2$ et chacun une distribution lognormale de même moyenne. Lequel devrait-on utiliser ? Justifiez en maximum deux phrases.

Question 2 (20 pts) – Théorie de Gy

Le laboratoire d'analyse d'une mine de Zn adopte la procédure décrite au tableau suivant pour l'analyse des demi-carottes de forage. La masse de matériau contenu dans une demi-carotte est de 10 kg. Le Zn est contenu dans la sphalérite (formule ZnS) de densité 4.2. La masse atomique du Zn est 65.4, celle du S est 32.07. La taille de libération des grains de sphalérite est d'environ 2 mm et la densité de la gangue est de 2.8. Les tailles des fragments indiquées au tableau suivant dépendent des appareils disponibles et ne peuvent pas être modifiées. On désire avoir un écart-type relatif inférieur à 0.04 lorsque la teneur en Zn est de 5%.

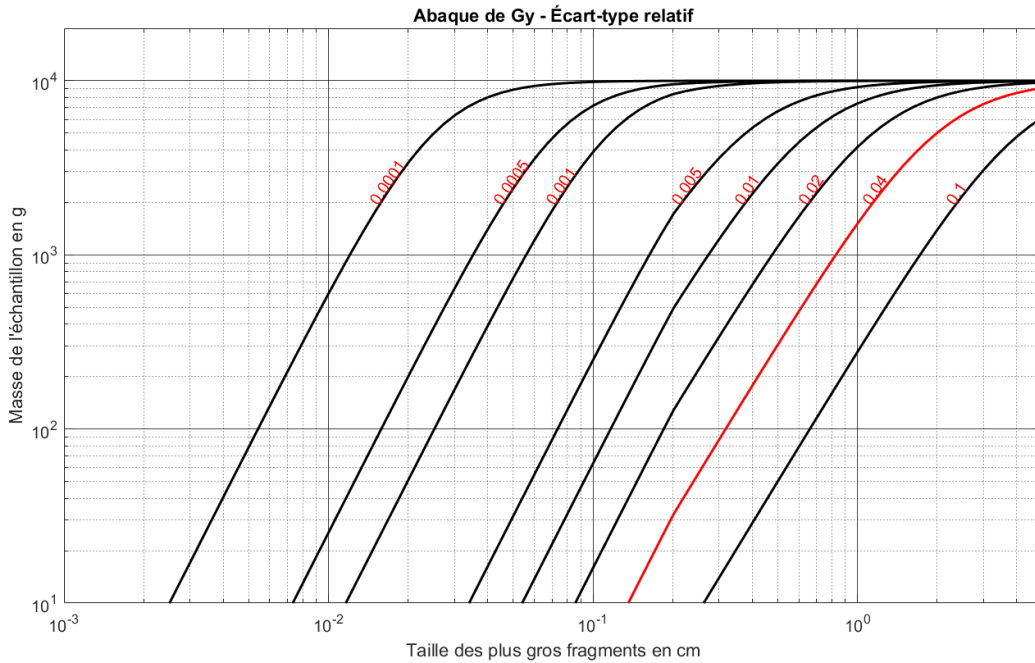
Étape	Masse (g)	Taille
Broyage	10000 g	2 cm
Sous-échantillon	2500 g	2 cm
2 ^e broyage	2500 g	0.5 cm
Sous-échantillon	625 g	0.5 cm
Pulvérisation	625g	0.01 cm
Sous-échantillon	20g	0.01 cm

8 pts A) *Quelle est la précision globale (un écart-type relatif) de la procédure utilisée ?*

Question 2 (suite)

2 pts B) Est-ce que la procédure fournit la précision désirée? Justifiez.

2 pts C) Représentez cette procédure sur l'abaque de Gy fourni.



6 pts D) Quelle masse devrait être sous-échantillonnée au lieu du 2500g (premier échantillonnage) pour obtenir $s_{r\text{ globale}} = 0.04$? Faites les calculs, ne pas utiliser l'abaque. (Note : Négligez l'influence de la masse sur l'écart-type relatif du deuxième échantillonnage, i.e., s_2 restera quasi-inchangé.)

2 pts E) Pourquoi, selon vous, est-il recommandé par Gy d'utiliser des outils de prélèvement ayant des ouvertures au moins trois fois plus grandes que les plus grosses particules du lot échantillonné?

Question 3 (20 pts) – Sondages et composites

Le tableau suivant présente un extrait de la base de données de forages.

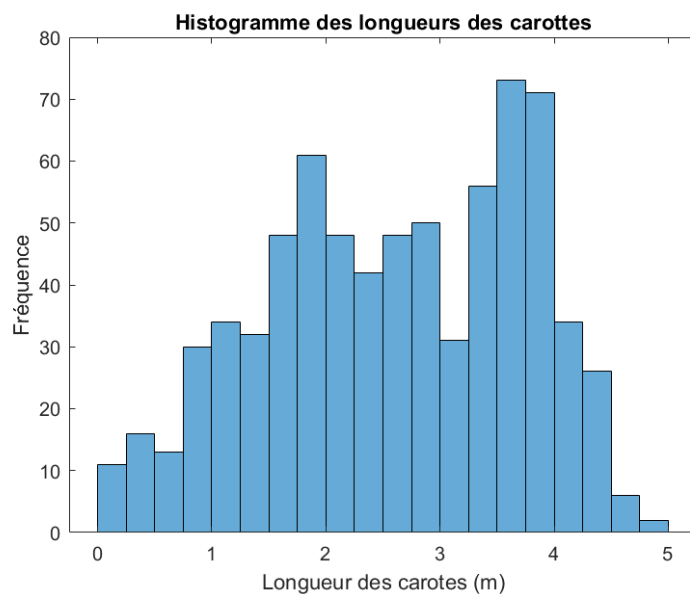
Collet	x=0 m	y=50 m	z=40 m
Orientation	à 0m	azimut=90	plongée=40
Orientation	à 40m	azimut=100	plongée=35
Orientation	à 75m	azimut=110	plongée=25
Analyse 1	de 75.0 m	à 76.5 m	Nb=0.50%
Analyse 2	de 76.5 m	à 77.25 m	Nb=0.65%
Analyse 3	de 77.25 m	à 78.5 m	N/A
Analyse 4	de 78.5 m	à 80 m	Nb=1.13%
Analyse 5	de 80 m	à 81.5 m	Nb=0.62%
Analyse 6	de 81.5 m	à 83 m	N/A
Analyse 7	de 83.0 m	à 85.0 m	Nb=2.39%
Analyse 8	de 85.0 m	à 86.0 m	Nb=1.15%
Analyse 9	de 86.0 m	à 87.0 m	Nb=0.25%

3 pts A) Trouvez les teneurs des composites de 3m que l'on peut former avec ces données à partir de 75 m jusqu'à 87m. Le taux d'analyse des carottes formant le composite doit être supérieure ou égale à 66.67% (i.e., 2/3).

8 pts B) Calculez uniquement les coordonnées x, y, z du centre **du composite le plus profond**. Utilisez la méthode du point milieu. (Note : Il y a de la place pour continuer vos calculs à la page suivante.)

Question 3 (suite)

2 pts C) L'histogramme suivant représente la distribution des longueurs des carottes de la base de données ($n = 750$ carottes) sur lesquelles des analyses chimiques ont été effectuées. La longueur de régularisation mentionnée dans la question 3-A est-elle appropriée ? Justifiez votre réponse.



Question 3 (suite)

5 pts D) Une veine, considérée comme un plan, a comme vecteur pendage $(230, 50)$. Le sommet de la veine a été reconnu dans un forage au point A de coordonnée $(30, 200, -50)$. Un forage dont le collet est à $(40, 225, 25)$ orienté selon $(170, 60)$ croisera la veine à quelle distance du collet ?

2 pts E) En partant du collet indiqué, trouver l'orientation à donner au forage permettant de croiser la veine le plus rapidement. À quelle distance se produira ce croisement ?

Question 4 (15 pts) – Méthodes conventionnelles et méthode d'accumulation

Soit la configuration des données suivantes. Calculez la teneur, l'épaisseur et la densité de la veine au point x_0 en appliquant la technique de l'accumulation. L'épaisseur, la densité et l'accumulation varient linéairement.

Données	Coordonnée x (m)	Coordonnée y (m)	t : teneur (%)	e : épaisseur (m)	ρ : densité (-)
Point x_1	6	2	1.2	2.4	3.2
Point x_2	1	2	3.4	3.0	3.7
Point x_3	4	-1	5.7	1.2	4.2
Point x_0	4	1	-	-	-

Note. Faites un schéma pour vous aider.

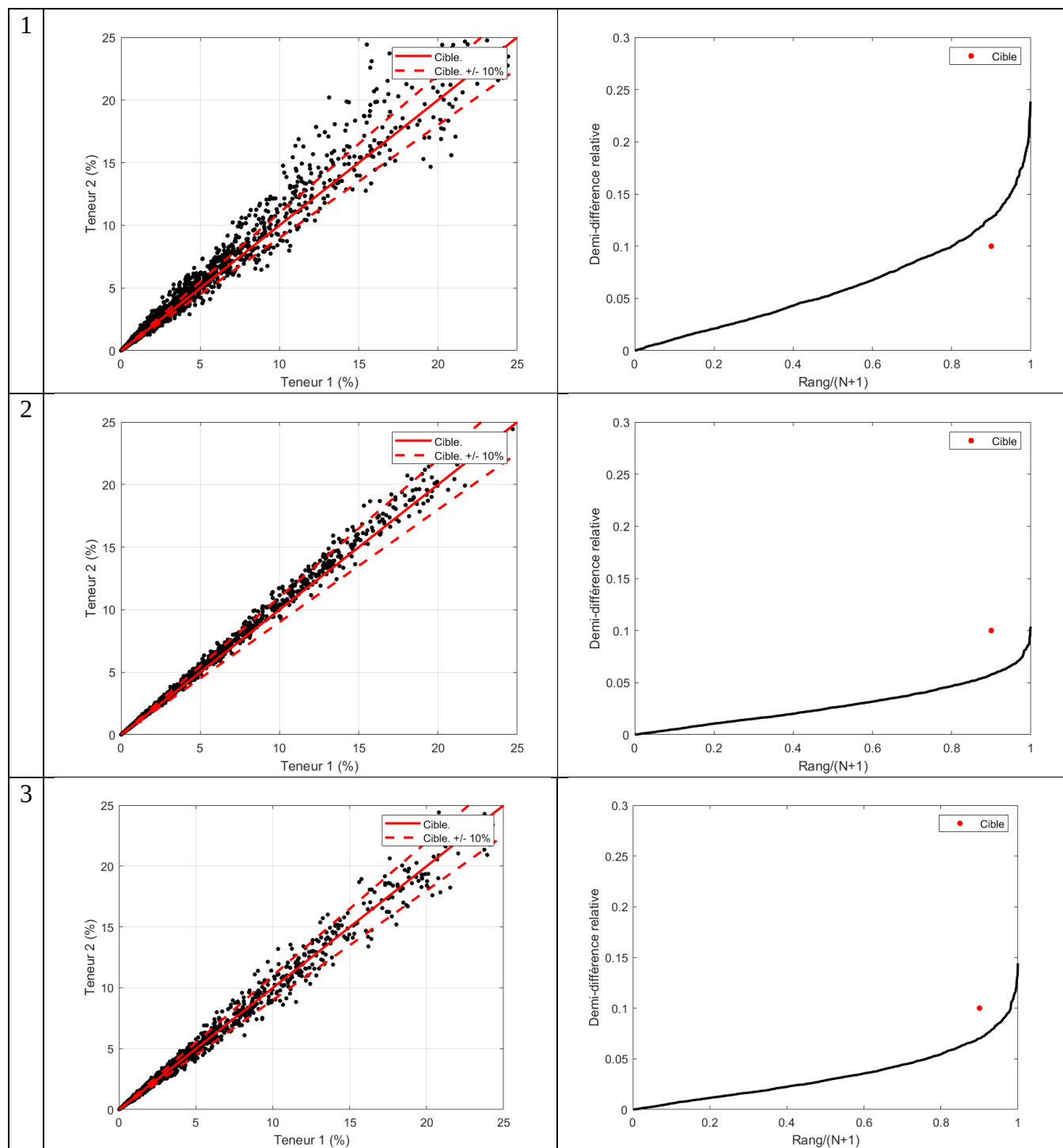
7.5 pts A) *La méthode des triangles*

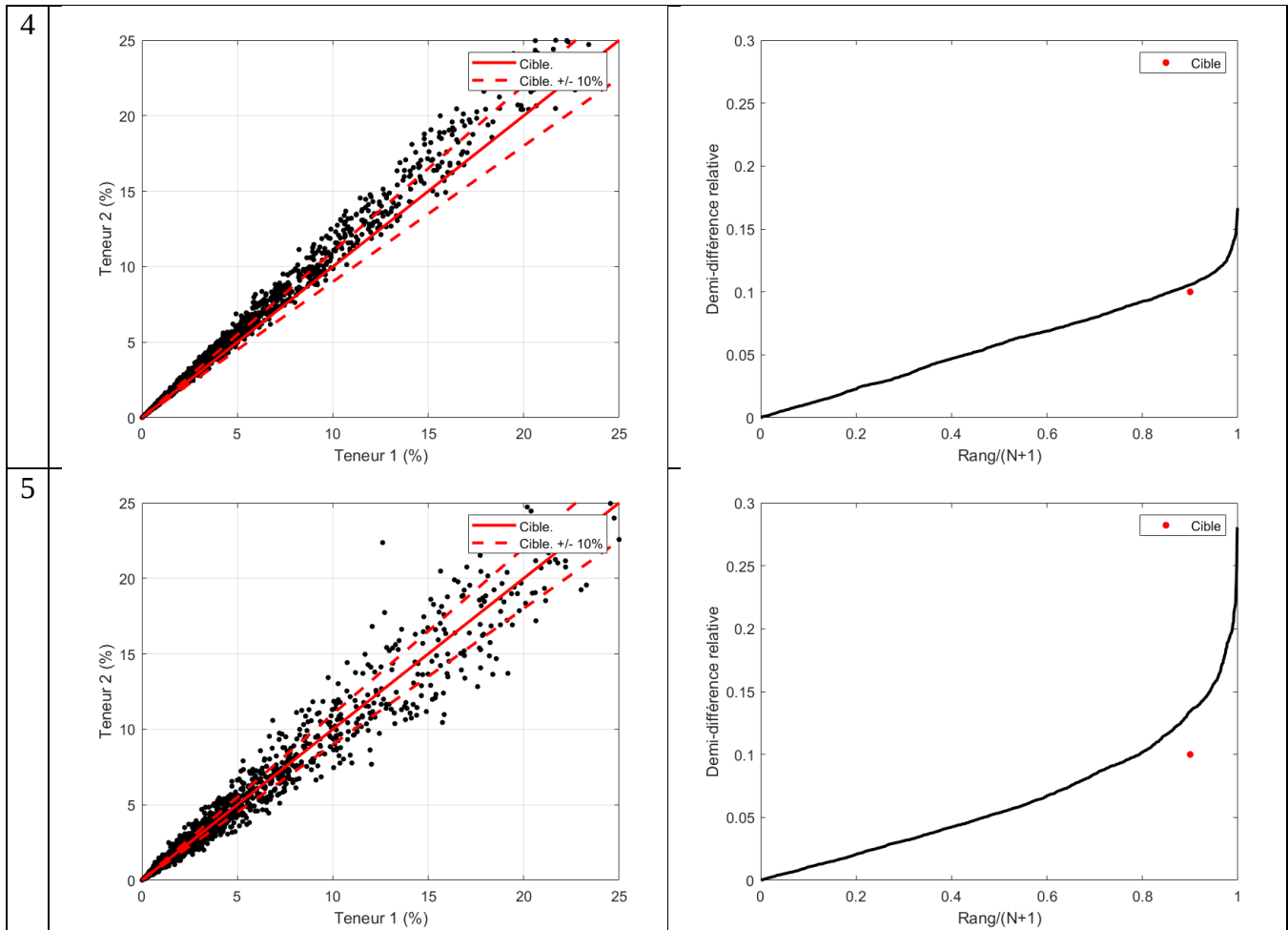
Question 4 (suite)

7.5 pts B) *L'inverse de la distance avec $b=2$*

Question 5 (10) – Duplicatas

La figure suivante illustre cinq cas d'analyses de duplicatas de lots avec fragments de 0.5 cm. Les résultats pour chaque cas sont présentés sous deux formes différentes. La colonne de gauche montre les résultats bruts des duplicatas (avec les droites à $\pm 10\%$ d'écart relatif pour la demi-différence en valeur absolue) et la colonne de droite montre les résultats exprimés sous forme de cumulative de ces mêmes demi-différences en valeurs absolues.





8 pts A) En vous servant des deux graphes associés à chaque cas, classez chaque cas dans les catégories suivantes.

Cas	Numéro de la figure
<i>Sont ceux attendus (i.e., sans biais et précis)</i>	
<i>Présentent un biais mais sont précis</i>	
<i>Présentent un biais et sont imprécis</i>	
<i>Sont sans biais mais imprécis</i>	

2 pts B) Selon les cas illustrés, les graphes de la colonne de droite (i.e., cumulative des demi-différences en valeurs absolues) sont-ils suffisants pour effectuer le classement demandé? Justifiez.

Question 6 (15 pts) - Analyse chimique

Une roche d'un gisement montre une teneur de 4% de Cu, 2% de Pb, 2% Fe et 5% S.

Les espèces minérales retrouver dans la roche permettant de résoudre l'analyse chimique sont la bornite (Cu_5FeS_4 – densité 5.1), la galène (PbS – densité 7.5), la pyrite (FeS_2 – densité 5.0) et la barite (BaSO_4 – densité 4.5)

- Le Cu est contenu uniquement dans la bornite.
 - Le Pb uniquement dans la galène.
 - Le Ba est uniquement dans la barite.
 - La densité de la gangue est 3.2.
 - La gangue contient seulement 1% de S.
 - La porosité de la roche est 3%.
 - Les masses atomiques sont : Cu – 63.55; Pb – 207.20; Fe – 55.85; O – 16.00; S – 32.07; Ba – 137.33.
- Note, le Ba n'a pas été analysé dans la roche, mais l'analyse de la gangue indique la possible présence de Ba.

10 pts A) Construire et résoudre le système d'équations linéaires permettant de déterminer les teneurs en pyrite, bornite, barite, galène et gangue. (Note: on peut résoudre le système sans à avoir à inverser la matrice.)

Question 6 (suite)

5 pts B) *Déduire la masse volumique de la roche en incluant l'effet de la porosité. (Si vous n'avez pu répondre à a), donnez-vous des valeurs pour faire le calcul).*

Q1) 20pts

2pts a) $t.c=1.4376$; $v=4.6958$; Correspond à Mine-Traitement.

2pts b) $200/M=200/10=20$ ans

2pts c) Le potentiel de gain par tonne minéralisée est plus important en augmentant la capacité du concentrateur. On pourrait atteindre jusqu'à 5.79\$/t miner au lieu de seulement 4.96\$/t miner.

2pts d) $(5.79 - 4.6958) * 200 = 218.8486$ M\$

6pts e) $x_c=H/M=6/10=0.6$; Lecture graphique : $c=1.2275$; Lecture graphique $g_c=2.82\%$;

$v=(p-k)*y*x_c*g_c-m-x_c*h-(f+F)/M=(3500-2000)*0.75*0.6*2.82/100-6-0.6*8-(75+0)/10=0.7382$.

2pts f) La teneur de coupure a diminué et le profit par tonne minéralisée aussi. Il s'agit du comportement habituel pour une mine. Exploitation initiale à plus forte teneur de coupure puis, au fur et à mesure que la mine s'épuise, on baisse la teneur de coupure.

2pts g) L'estimateur du consultant présente un biais conditionnel, car la variance de son modèle est plus élevée que celle des données réelles.

2 pts h) σ_B^2 . Il n'y a aucun biais conditionnel alors la variance la plus élevée est le meilleur candidat. Il reflète plus la variabilité naturelle du gisement sans biais. Meilleure estimation des valeurs.

Q2) 20 pts

10 pts a)

$t_{zn}=5/100=0.05$;

$t_{zn_sphal} = (65.4)/(65.4+32.07)=0.6710$;

$a_l = t_{zn} / t_{zn_sphal} = 0.05/0.6710=0.0745$;

$md = (1-a_l)/a_l * ((1-a_l)*d_a + a_l*d_g) = ((1-0.0745)/0.0745) * ((1-0.0745)*4.2 + 0.0745*2.8) = 50.87$;

$K = f*g*md = 0.5*0.25*50.88 = 6.358$;

$l_1 = \sqrt{d_0/d_1} = \sqrt{0.2/2} = 0.3162$;

$sr_1^2 = K*l_1*d_1^3/Me_1*(1-Me_1/Ml_1) = 6.358*0.3162*2^3/2500*(1-2500/10000) = 0.0048$

$l_2 = \sqrt{d_0/d_2} = \sqrt{0.2/0.5} = 0.6325$;

$sr_2^2 = K*l_2*d_2^3/Me_2*(1-Me_2/Ml_2) = 6.358*0.6325*0.5^3/625*(1-625/2500) = 6.0322e-04$

$l_3 = 1$

$sr_3^2 = K*l_3*d_3^3/Me_3*(1-Me_3/Ml_3) = 6.358*1*0.01^3/20*(1-20/625) = 3.0773e-07$

$sr = \sqrt{sr_1^2 + sr_2^2 + sr_3^2} = \sqrt{0.0048 + 6.0322e-04 + 3.0773e-07} = 0.0737$

1 pts b)

Non, car 0.0737 plus grand que 0.04

2 pts c) N/A

5 pts d)

$0.04 = \sqrt{sr_1^2 + 6.0322e-4 + 3.0773e-07} \rightarrow sr_1 = 0.0316$;

$sr_1^2 = K*l_1*d_1^3/Me_1*(1-Me_1/Ml_1)$

$\rightarrow Me_1 = (sr_1^2 / (K*l_1*d_1^3) + 1/Ml_1)^{-1} = (0.0316^2 / (6.358*0.3162*2^3) + 1/10000)^{-1} = 6174.7$;

2 pts e) Pour ne pas avoir un biais d'échantillonnage envers les petites particules. Échantillonnage représentatif du lot.

Q3) 20 pts

3 pts a)

- 1) $(1.5*0.5+0.75*0.65)/2.25=0.550$
- 2) $(1.5*1.13+1*0.62)/2.5 = 0.9260$
- 3) N/A, recouvrement de 50%
- 4) $(1*2.39+1*1.15+1*0.25)/3 = 1.2633$

2 pts b) Non, 4m. Avoir le plus de forages inférieurs à la valeur. Maximiser l'effet d'information.

8 pts c)

Vecteur unitaire pour les trois orientations $[\cos(b)\sin(a), \cos(p)\sin(b), -\sin(b)]$ (a : azimut, b : plongé)

- 1) $[0.7660, 0.0000, -0.6428]$ (a=90, b=40)
- 2) $[0.8067, -0.1422, -0.5736]$ (a=100, b=35)
- 3) $[0.8517, -0.3100, -0.4226]$ (a=110, b=25)

Le segment 1 fait 20 m, le segment 2 fait 37.5m (20 +17.5), et le segment 3 fait 17.5 pour atteindre le 75m.

Les coordonnées à 75m sont :

$$\begin{aligned} X &= 0 + 0.7660*20 + 0.8067*37.5 + 0.8517*17.5 = 60.4760 \\ Y &= 50 + 0.0000*20 + -0.1422*37.5 + -0.3100*17.5 = 39.2425 \\ Z &= 32 + -0.6428*20 + -0.5736*37.5 + -0.4226*17.5 = -9.7615 \end{aligned}$$

Il faut calculer le centre à 76.5, 79.5 et 85.5. Il suffit de calculer de DeltaL (p.ex, 76.5-75) et le multiplier au vecteur unitaire. Ajouter aux coordonnées à 75m

$$\begin{aligned} 76.5m) & [61.7538 \quad 38.7763 \quad -10.3946] \\ 79.5m) & [64.3087 \quad 37.8464 \quad -11.6625] \\ 85.5m) & [69.4186 \quad 35.9865 \quad -14.1982] \end{aligned}$$

5 pts d)

Vecteur pole : $n=(50,40)=(230-180, 90-50)$ ou le vecteur pendage est $vp=(230,50)$

$$n = [0.5868, 0.4924, -0.6428]$$

$$s = [0.0868, -0.4924, -0.8660]$$

$$e = (n*(p_0 - s_0))' ./ (n*s') = 82.24m$$

2 pts e)

$$\text{Posez } s=n; e = (n*(p_0 - s_0))' ./ (n*n') = 30.0307m$$

Q4) 15 pts

Calcul des distances et calculs des accumulations

$$\begin{aligned} \text{Acc1} &= 1.2*2.4 = 2.88 \\ \text{Acc2} &= 3*3.4 = 10.2 \\ \text{Acc3} &= 5.7*1.2 = 6.84 \end{aligned}$$

$D1 = \sqrt{2^2 + 1^2} = 2.2361$
 $D2 = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3.1623$
 $D2 = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2$

3pts a) 3 points si bonne valeur, 0 sinon

[5.7000%, 1.2000m], le point x3 est le plus proche

6pts b) 3 pts pour accumulation et 3pts pour l'épaisseur. -1pts par erreur de formule

$acc12 = (acc2 - acc1) * 2/5 + acc1 = (10.2 - 2.88) * 2/5 + 2.88 = 5.8080$

$e12 = (e2 - e1) * 2/5 + e1 = (3 - 2.4) * 2/5 + 2.4 = 2.64$

$acc12_3 = (acc3 - acc12) * 1/3 + acc12 = (6.84 - 5.8080) * 1/3 + 5.8080 = 6.1520$

$e12_3 = (e3 - e12) * 1/3 + e12 = (1.2 - 2.64) * 1/3 + 2.64 = 2.16$

$t0 = acc12_3 / e12_3 = 6.1520 / 2.16 = 2.8481$

[2.8481%, 2.16m]

6pts c) 3 pts pour accumulation et 3pts pour l'épaisseur. -1pts par erreur de formule

$Dist = [2.2361, 3.1623, 2]$

$Weight = 1./dist^2 = [0.2, 0.1, 0.25];$

$e0 = \text{sum}(weight.*e) / \text{sum}(weight) = \text{sum}([0.2, 0.1, 0.25].*[2.4, 3, 1.2]) / \text{sum}([0.2, 0.1, 0.25]) = 1.9636$

$acc0 = \text{sum}(weight.*acc) / \text{sum}(weight) = \text{sum}([0.2, 0.1, 0.25].*[2.88, 10.2, 6.84]) / \text{sum}([0.2, 0.1, 0.25]) = 6.0109$

$t0 = acc0 / e0 = 6.0109 / 1.9636 = 3.0612$

[3.0612%, 1.9636m]

Q5) 10 pts

8pts a) 2pts par section bien remplies

Cas	Numéro de la figure
<i>Sont ceux attendus (i.e., sans biais et précis)</i>	3
<i>Présentent un biais mais sont précis</i>	2
<i>Présentent un biais et sont imprécis</i>	1, 4
<i>Sont sans biais mais imprécis</i>	5

2pts b) 0 ou 2, selon la justification.

Il possible qu'un biais soit présent, mais que les analyses soient précises comme la figure 2. Donc, il faut les deux figures pour pouvoir faire la distinction. Sinon, impossible de faire le classement de la question a)

Q6) 15 pts

10pts a) -1pts par erreur de formule

FeS2 : [46.5 Fe, 53.5 S]

Cu_5FeS_4 : [63.3 Cu, 11.1 Fe, 25.6 S]

BaSO_4 : [58.8 Ba, 13.7 S, 27.4 O]

PbS : [86.6 Pb, 13.4 S]

5pts b) -1pts par erreur de formule